UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté d'éducation

L'évaluation du sens du nombre : Élaboration d'un outil diagnostique des premier et deuxième cycles du primaire

par

Luz Marina Polo Riveros

Essai présenté à la Faculté d'Éducation
En vue de l'obtention du grade de
Maitre en éducation, M. Éd.
Maitrise en adaptation scolaire et sociale

aout 2010

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté d'éducation

L'évaluation du sens du nombre :

Élaboration d'un outil diagnostique des premier et deuxième cycles du primaire

Luz Marina Polo Riveros

A été évaluée par un jury composé des personnes suivantes :

______________________________ **Directrice de l'essai**

Patricia Marchand

______________________________ **Examinatrice externe**

Claudine Mary

Essai accepté le ______________________________

SOMMAIRE

Les outils d'évaluation et d'intervention en mathématique mis à disposition des enseignants et orthopédagogues sont nettement moins nombreux et moins variés que ceux en français. Ailleurs, nous avons constaté, après avoir fait une révision des outils les plus utilisés par les enseignants et les orthopédagogues dans les milieux scolaires du Québec, que ces outils ne semblent pas du tout répondre leurs besoins car ils évaluent une partie du concept du nombre, ils évaluent les premiers apprentissages, ils visent la performance des élèves, ils sont peu adaptés aux principes pédagogiques et aux éléments clés de la réforme de l'éducation entre autres.

Dans ce contexte, cet essai visait à élaborer un outil d'évaluation diagnostique qui permet de connaitre les stratégies utilisées et les difficultés éprouvées chez les élèves du 1er et 2ème cycle du primaire afin d'évaluer leurs processus d'apprentissage, d'identifier leurs faiblesses, leurs forces et de mieux intervenir auprès des élèves en difficulté au plan des mathématique. L'outil a été conçu dans un paradigme constructiviste du développement cognitif

Tout d'abord, notre regard a été porté vers la deuxième compétence du programme du ministère (MELS) et plus spécifiquement sur les éléments clés des acquisitions arithmétiques des cycles visés. Par la suite, après avoir fait une recension des écrits concernant la construction du nombre chez l'enfant et en avoir identifié les principales composantes à évaluer, nous repérons les stratégies et les difficultés trouvées dans chacune des composantes à suivre : quantification, relation d'ordre, conservation du nombre, concept du nombre naturel, structure additive, structure multiplicative et la mise en contexte des opérations.

Lors de l'élaboration de chacun des items de l'outil conçu et du choix du matériel à utiliser, nous nous sommes inspirés de notre cadre conceptuel ainsi que de

notre expérience pédagogique, comme orthopédagogue, auprès des élèves en difficulté en mathématiques. L'outil comprend deux cahiers, un guide pour l'évaluateur et un petit cahier pour conserver les traces de la réflexion de l'élève lors de la séance d'évaluation. En ce qui a trait au matériel, nous avons favorisé la manipulation du matériel concret, car nous connaissons l'impact que ce dernier a sur les apprentissages des élèves. L'outil conçu met toujours à la disposition de l'élève du matériel concret pour qu'il puisse avoir plusieurs façons de répondre aux questions et ainsi identifier davantage son raisonnement (concret, graphique ou symbolique).

L'outil à été testé dans une étape de pré-expérimentation par des étudiantes de deuxième, troisième et quatrième année du BASS et a été soumis au regard critique de deux orthopédagogues œuvrant auprès des élèves en difficulté autant au primaire qu'au secondaire afin d'explorer la validité interne et de concept ou de contenu, et de faire ressortir les forces et les limites de l'outil présenté. Nous avons considéré les suggestions faites par les étudiantes et par les deux collègues et cela nous a permis de faire les ajustements pertinents.

Nous espérons que l'outil d'évaluation proposé dans cet essai comble les besoins des enseignants et des orthopédagogues et les aide à détecter davantage les difficultés des élèves et à bien intervenir pour améliorer la compréhension numérique des élèves.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

À Gerardo pour son soutien et ses encouragements,
à mes enfants, qui sont ma vie: Angélica, Isabela et Miguel Angel
pour leur patience face a une « maman étudiante ».

REMERCIEMENTS

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma reconnaissance. Je voudrais tout d'abord adresser toute ma gratitude à la directrice de cet essai, Mme Patricia Marchand, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion.

Je désire aussi remercier les étudiantes du BASS qui ont testé l'outil conçu, mes collègues Francine Chiasson et Véronique Fontaine qui ont pris le temps d'analyser l'outil et qui y ont contribué avec ses commentaires pertinents et enrichissants.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance à mon amie Hélène qui m'a apporté un support inestimable tout au long de ma démarche.

INTRODUCTION

L'origine de cette recherche professionnelle émerge de mon expérience en enseignement auprès d'élèves en difficulté du niveau préscolaire et primaire en Colombie, ainsi que de ma formation comme enseignante en adaptation scolaire et spécialiste en pédagogie pour l'apprentissage de la lecture, de l'écriture et des mathématiques. Mon travail quotidien a créé ainsi chez moi le besoin d'en savoir davantage sur le processus d'acquisition du sens du nombre et plus spécifiquement sur son évaluation en cours d'apprentissage. Une telle évaluation devrait me permettre d'établir où se situe l'élève, de connaitre[1] ses stratégies, ses difficultés, ainsi que me fournir les bases d'une intervention pédagogique adéquate et efficace.

Mon expérience m'a confrontée à la réalité liée aux façons d'évaluer les concepts mathématiques chez les élèves. Généralement, nous connaissons plus d'outils qui évaluent le langage et nous sommes habitués à le faire. La plupart des enseignants associent les difficultés en mathématiques aux difficultés en lecture ou en écriture. En effet, nous entendons souvent que les élèves ont de la difficulté à résoudre un problème car ils ne lisent pas bien ou parce qu'ils ne comprennent pas bien le sens du texte. Au fil des années, je découvre que la pensée mathématique est plus que la résolution d'algorithmes, la mémorisation et l'automatisation de procédures. La pensée mathématique n'est pas le résultat de l'accumulation de concepts qui sont appris un après l'autre, mais de la constitution de systèmes conceptuels, c'est le cas pour le concept du nombre, qui constitue la base de tout apprentissage arithmétique.

[1] Dans cet essai professionnel nous avons utilisé les règles de la nouvelle grammaire.

L'évaluation des mathématiques a historiquement été davantage centrée sur l'atteinte des objectifs exprimés à l'aide d'une réponse, soit le résultat obtenu selon les orientations des programmes antérieurs. Toutefois, ces derniers temps, la situation a changé et essaie de tenir compte autant de la compréhension des concepts que de l'usage significatif des procédés, des stratégies et des outils utilisés. Cependant, dans cette discipline, les instruments d'évaluation à la disposition des enseignantes et orthopédagogues n'ont pas évolué au même rythme que les programmes de formation. Plusieurs ont d'ailleurs été conçus avant la réforme. Par exemple, l'outil de la commission scolaire de Brossard (1991), les tests diagnostiques de la commission scolaire de Le Gardeur (1989), l'outil pour l'évaluation et la prévention au niveau préscolaire de la commission scolaire Jacques-Cartier (1995) et « En passant par les nombres » (1993). Ces instruments sont peu nombreux et peu variés en comparaison avec d'autres disciplines (ex. : français). Nous pouvons toujours faire appel aux tests psychométriques classiques, bâtis par des psychologues, dans lesquels se trouvent des sous-tests, consacrés à des explorations mathématiques. Mais, ces outils d'évaluation ne ciblent pas spécifiquement la pensée mathématique et les enseignants et orthopédagogues n'ont pas nécessairement les compétences pour comprendre tout le cadre psychologique sous-jacent. Ils doivent créer eux-mêmes des outils, ou chercher, par leurs propres moyens, des pistes d'évaluation adéquates pour évaluer les processus impliqués chez les élèves en difficulté. Ces tests, très répandus actuellement, ne semblent pas répondre aux besoins des enseignants et orthopédagogues (Fontaine, 2008), ce qui leur occasionne une surcharge face à cette partie centrale de leur tâche qu'est l'évaluation de la progression du sens du nombre.

Ce projet d'essai considère la problématique de l'évaluation des processus de conceptualisation du nombre chez les élèves du primaire. Nous nous posons la question générale de recherche : « Comment évaluer le sens du nombre chez les élèves du primaire ? ». Pour y répondre, nous procèderons à la création d'un outil[2],

[2] Plusieurs types d'essais professionnels peuvent être exploités. Ce projet d'essai vise spécifiquement, la production de matériel pédagogique ou didactique.

pour les enseignants et orthopédagogues, qui cherchent à évaluer le développement du sens du nombre plutôt que la performance en tant que telle d'un élève. Pour ce faire, ces derniers doivent en savoir davantage sur les stratégies et les difficultés qu'ont les élèves lors de la réalisation de tâches mathématiques et, par conséquent, les outils d'évaluation doivent leur permettre ce regard.

Ce projet d'essai présentera tout d'abord, la problématique, où nous mettrons en évidence le besoin d'évaluer à partir d'un paradigme conforme aux visées du programme de formation de l'École québécoise et en particulier en ce qui concerne le développement du sens du nombre chez les élèves. Le cadre conceptuel suivra, pour expliciter et approfondir d'une façon concise et claire le processus de développement du concept du nombre chez l'enfant et les outils d'évaluation rapportés dans la littérature. Par la suite, la démarche méthodologique sera décrite afin d'en dégager les principales étapes qui seront mises de l'avant pour l'essai professionnel. Nous présenterons, dans le quatrième chapitre, l'outil conçu, le mode d'exploitation et les regards critiques des pairs. En dernier lieu, l'analyse de la recension faite, de l'outil élaboré et des limites identifiées sera exposée.

PREMIER CHAPITRE

PROBLÉMATIQUE DE RECHERCHE

Nous présentons, dans ce premier chapitre, la place des mathématiques dans le programme de l'école québécoise, avant et après la réforme des dernières années. Nous mettons l'accent sur les deux premiers cycles du primaire pour connaitre les changements introduits par le nouveau paradigme des pratiques d'enseignement et d'évaluation. En ce qui concerne les pratiques évaluatives, nous mettrons en évidence la pénurie des outils d'évaluation en mathématiques ainsi que leur inadéquation, faits qu'expriment divers groupes d'orthopédagogues participants aux études récentes faites par Fontaine (2008) et Verreault (2007). Finalement, la question générale de recherche, l'objectif général et une première version des objectifs spécifiques seront dévoilés pour guider le lecteur dans le cadre conceptuel.

1. LA PLACE DES MATHÉMATIQUES DANS LA FORMATION PRIMAIRE QUÉBÉCOISE

D'abord, il faut rappeler l'importance des mathématiques dans la formation scolaire primaire des élèves. Les mathématiques ont toujours été considérées comme une des matières de base de toute scolarisation élémentaire ici comme ailleurs. Au Québec, le programme de formation actuellement en vigueur met bien en évidence cette priorité, «La mathématique, source importante de développement intellectuel, est un élément déterminant de la réussite scolaire. Sa maitrise constitue également un atout significatif pour l'insertion dans une société où ses retombées pratiques sont aussi nombreuses que diversifiées.» (MELS, 2001, p.124).

Avant la réforme, le programme du MEQ (1980) fixait des objectifs généraux et des objectifs terminaux qui constituaient un seuil minimum et un même point d'arrivée pour tous les élèves. Les objectifs circonscrivaient les apprentissages dans quatre domaines : le domaine socio-affectif, le domaine psychomoteur, le domaine de la formation intellectuelle et les concepts unificateurs. Parmi les cinq objectifs terminaux du domaine de la formation intellectuelle des premier et deuxième cycles, nous soulignons celui de « Mémoriser les informations nécessaires à la poursuite de ses apprentissages » et celui de « Généraliser à partir de cas particuliers » car ils mettent en évidence l'aspect technique de l'apprentissage de ce programme.

Pour évaluer l'accomplissement de ces objectifs mathématiques, le programme exigeait de recourir à la mesure de niveaux de réussite des objectifs proposés. Par exemple, l'épreuve écrite chronométrée ou l'épreuve écrite dont les questions sont données oralement une à la fois étaient privilégiées pour évaluer le concept de la multiplication (MEQ ; 1980). Alors, dans cet exemple et plusieurs autres de ce programme, il s'agissait d'évaluer le résultat final bien plus que la compréhension du concept et des processus impliqués.

Le programme d'études des écoles élémentaires de 1959 ciblait déjà la résolution de problèmes en mathématiques, le programme de 1970 soulignait « le rôle des problèmes non seulement pour appliquer et utiliser des connaissances et des habiletés déjà apprises » (MEQ, 1974) et le programme de 1980 incitait également les enseignants à mettre l'accent sur la résolution de problèmes. Par contre, le rapport global d'évaluation du programme d'études en mathématiques a montré des faiblesses en ce qui a trait à l'habilité à résoudre des problèmes (MEQ, 1985). Ce programme accordait une place à la résolution de problèmes, mais celle-ci était limitée comparativement à la place qui était accordée à l'acquisition de connaissances mathématiques en termes d'objectifs.

Dans les objectifs de formation générale du premier cycle de ce programme (1ère, 2ème et 3ème année dans l'ancien programme) nous trouvons une approche de résolution de problèmes dans l'objectif 1.4 du domaine socio-affectif : « Reconnaitre qu'un problème puisse admettre plus d'une solution » et en ce qui concerne le domaine de la formation intellectuelle l'objectif 9.8 : « Comparer différentes solutions pour une même situation ». Mais, ce n'est qu'au deuxième cycle (4ème, 5ème et 6ème année) que les élèves commencent à évaluer une démarche ou une solution pour un problème donné.

Le programme actuellement en vigueur dans les écoles québécoises met en jeu un paradigme valorisant la compréhension mathématique, comme ceci fut mentionné plus tôt. Une des caractéristiques du nouveau programme de formation est le développement des compétences chez l'élève et l'attention portée à la démarche d'apprentissage. Ce dernier, est défini dans le programme comme un processus actif et continu de construction de savoir (MELS; 2006). Cette approche met donc l'accent sur la capacité de l'élève à utiliser concrètement ce qu'il a appris à l'école dans des tâches et situations nouvelles et complexes, à l'école tout comme dans la vie. Alors, l'élève doit mieux apprendre à utiliser, à mobiliser et à appliquer ses connaissances dans des situations nouvelles.

Plus spécifiquement, le nouveau programme de formation comporte des compétences transversales et disciplinaires. Les compétences transversales sont celles qui se déploient à travers les divers domaines d'apprentissage et les compétences disciplinaires comprennent entre autres les savoirs essentiels[3] regroupés en stratégies, connaissances et techniques, liés à la discipline même, lesquels savoirs l'élève doit mobiliser de manière efficace au moment de la réalisation de tâches complexes. Nous présentons, dans le tableau suivant, les trois compétences disciplinaires que développe le nouveau programme de mathématiques du primaire.

[3] Ils constituent un répertoire de ressources indispensables au développement et à l'exercice de la compétence. Cela n'exclut pas que l'élève puisse faire appel à d'autres ressources. Néanmoins, la maîtrise de ces savoirs s'avère essentielle au développement et à l'exercice de la compétence (MELS;2006)

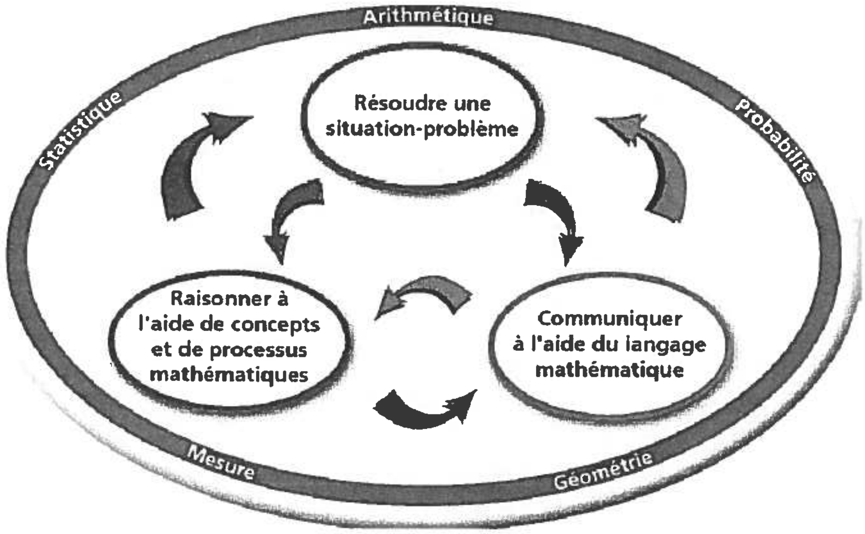


Figure 1. Les trois compétences qui structurent le nouveau programme de Mathématique du primaire dans le programme de formation québécois (MELS, 2001, p. 125)

Ce changement d'approche dans l'enseignement doit nécessairement entrainer des modifications dans l'évaluation des apprentissages mathématiques des élèves. Les instruments d'évaluation n'ont pas les mêmes finalités selon que nous nous trouvons dans l'ancien paradigme ou le nouveau, surtout en termes de l'évaluation des démarches de résolution des élèves. Les évaluations du ministère de l'éducation, des loisirs et du sport (MELS) ont pris beaucoup de temps avant d'être mises en place et elles sont encore actuellement dans le processus de construction et de validation. Outre ces évaluations, nous ne connaissons pas d'autres outils d'évaluation ayant été modifiés pour répondre à ce nouveau paradigme. L'outil diagnostique que nous proposerons sera lié à la deuxième compétence soit de *raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques.* Il permettra de rendre compte des apprentissages réalisés liés au sens du nombre pour les premier et deuxième cycles du primaire. Cela nous apparait très important puisque les élèves doivent être capables d'utiliser ces savoirs dans diverses situations afin de démontrer leur compétence[4]. Nous savons que l'évaluation des compétences se fait par le biais de situations d'apprentissage et de tâches complexes car cela implique le choix des savoirs et des ressources à mobiliser. L'élaboration d'un outil qui évalue le sens du nombre au primaire prend beaucoup de temps et nous considérons ce fait comme une des limites de ce travail, cependant nous voulons couvrir aussi le deuxième cycle car, selon notre expérience, nous trouvons déjà des outils qui évaluent les premiers apprentissages. Étant donné que nous nous intéressons à l'acquisition du sens du nombre[5] des élèves du premier et du deuxième cycles, notre regard sera porté vers la deuxième compétence[6]. Plus spécifiquement à l'intérieur de cette compétence, l'évaluation qui sera élaborée devrait porter sur les éléments clés des acquisitions arithmétiques des cycles visés et mettre en évidence les raisonnements et processus mathématiques impliqués. Selon le programme de formation de l'école québécoise (2001), les concepts et les processus que les élèves du premier et deuxième cycles du primaire doivent acquérir et maitriser dans le champ de l'arithmétique constituent des éléments de base en mathématiques, puisqu'ils sont impliqués dans les autres champs de la discipline. Parmi les concepts et savoirs essentiels pris en compte :

- **Concept du nombre**[7] : Les élèves doivent être en mesure de dénombrer une collection d'objets, de constituer des collections réelles ou dessinées, de comparer deux collections, de compter, de représenter et décomposer les nombres de différentes façons (symboles, objets, dessins), de reconnaitre des expressions

---

[4] L'évaluation des compétences ne signifie pas que l'évaluation des connaissances soit exclue puisque celles-ci font partie intégrante des compétences. La vérification des connaissances a une place importante en évaluation des apprentissages et il s'agit d'ailleurs de l'aspect visé par cet essai.

[5] Le concept du sens du nombre exposé dans cet essai est plus large que le sens commun se limitant aux premiers apprentissages. Nous le définirons plus tard dans le cadre conceptuel.

[6] Cependant, nous ne devons pas méconnaitre que les trois compétences se développent en étroite interrelation. C'est-à-dire, « raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques ne peut logiquement se faire que si l'on communique avec le langage mathématique et le raisonnement mathématique s'exerce le plus généralement en situation de résolution de situations-problèmes » (MELS;2006)

[7] Les éléments présentés ici et à l'intérieur des trois points suivants sont tirés du programme de formation (MELS, 2006)

équivalentes, de comparer et ordonner les nombres naturels et les nombres décimaux.

- **Nombres naturels**: Les élèves doivent être en mesure de lire et écrire les nombres naturels inférieurs à 100 000, de décomposer des nombres, de reconnaitre la valeur positionnelle, de reconnaitre l'opération ou les opérations à effectuer dans une situation et d'établir la relation d'égalité entre des expressions numériques pour les nombres naturels, de traduire une situation à l'aide de matériel concret, de schémas ou d'équations (et vice versa) pour les nombres naturels, d'effectuer des opérations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division d'un chiffre, sans retenue ou avec retenue. Les élèves sont amenés à faire une approximation du résultat, à développer des processus de calcul mental et à déterminer un terme manquant dans une équation.

- **Nombres décimaux** : Les élèves doivent être en mesure de lire et écrire les nombres décimaux jusqu'à l'ordre des centièmes, d'identifier des expressions équivalentes, de décomposer les nombres, d'additionner et de soustraire sans et avec retenue.

- **Résolution de problèmes** : Les élèves doivent être en mesure de compléter les problèmes avec les mots, de composer un problème où il faut faire soit une addition, une soustraction, une multiplication ou une division, de compléter l'énoncé avec les données numériques, de formuler la question de l'énoncé, de formuler un énoncé à partir des données numériques et de résoudre des problèmes sans données numériques.

Comme nous l'avons déjà mentionné, ces éléments constituent le point de départ de la compréhension de tout un ensemble de concepts mathématiques et ils constitueront notre assise pour l'élaboration du contenu de notre outil d'évaluation. Pour s'inscrire dans l'esprit du programme de 2001, l'évaluation sera construite de façon à rendre compte non seulement des réponses des élèves en termes de performance, mais aussi dans l'optique d'apprendre davantage sur les résolutions (stratégies et difficultés) des élèves.

2. LA COMPLEXITÉ DE CET APPRENTISSAGE

« La connaissance logico-mathématique est constituée de relations créées par chaque individu et c'est le genre de connaissance le plus difficile à comprendre » (Kamii, 1986, p.106). L'apprentissage des mathématiques, comme tout apprentissage, est une activité complexe qui implique la mobilisation des aptitudes cognitives et socio-affectives et la « maitrise progressive de tout un langage symbolique associé à un réseau fort complexe » (Schmidt, 2002). C'est l'interaction de ces différentes relations et la capacité de réflexion des élèves qui vont leur permettre de construire le sens du nombre et des concepts mathématiques. Selon cette vision constructiviste de l'apprentissage, le concept du nombre est construit de l'intérieur. Cette construction du sens du nombre pose toutefois, pour l'enfant, des difficultés importantes même si elle peut sembler triviale pour l'adulte (Bednarz, 1988). Ce n'est pas suffisant de savoir réciter la comptine numérique pour acquérir le sens du nombre, même si c'est une étape dans l'apprentissage. Cela implique plus qu'une simple mémorisation et l'application des connaissances vues en classe. Les apprentissages mathématiques constituent une chaine dont chaque connaissance est liée aux antérieures. Et, pendant ce processus d'enseignement-apprentissage, apparaissent des difficultés qui sont les conséquences des apprentissages antérieurs mal assimilés ou plus valable dans le nouveau contexte. Le niveau de difficulté des contenus ne se limite pas aux caractéristiques du contenu mathématique en soi, mais s'étend aux caractéristiques psychologiques et cognitives de l'élève ainsi qu'au processus de conceptualisation[8] des concepts mathématiques impliqués. « L'enfant doit parcourir un long chemin avant qu'il ait une véritable appropriation de la notion de nombre » (Bednarz, 1988, p. 21)

---

[8] Conceptualisation : processus d'appropriation d'un ou de plusieurs concepts. (Butlen et Charles-Pézard; 2007). Cette définition sera précisée dans le cadre conceptuel.

Il existe un pourcentage significatif d'élèves qui ont de la difficulté en ce qui concerne ce type de conceptualisation, tout particulièrement l'acquisition du concept du nombre. Il a été estimé, selon une étude réalisée par Varda Gross-Tsur, Manor et Shalev (1996), que 6,5% des enfants présentent des troubles du calcul[9]. Cependant, malgré toutes les politiques mises en œuvre, les études montrent que le pourcentage des élèves en difficulté augmente. (Deblois et Squalli 2002)   Selon les recherches faites par le Groupe d'Étude des Condition de vie et des Besoins de la population (ECOBES) dans la région de L'Estrie, il est possible que ce nombre augmente sensiblement car nous avons un des plus haut taux (34%) de décrochage scolaire de la province et selon Lessard, Fortin et Gingras (2006) la plupart de ces décrocheurs vivent soit des échecs malgré leurs efforts ou encore apprennent à bien maitriser les algorithmes et les stratégies de mémorisation mais ne réussissent pas à développer une vraie pensée mathématique. Ces élèves ont de la difficulté à évaluer leurs habiletés, à identifier les stratégies adéquates et à mobiliser plusieurs procédures pour résoudre une même tâche, ce qui leur permettrait d'avoir du succès.

Les élèves en difficulté mathématique éprouvent des ennuis à mettre en relation les nouvelles connaissances avec les connaissances plus anciennes (Polo, 1999). Toutefois, les apprentissages en lien avec un concept ne se font pas uniquement selon une séquence linéaire. Chaque concept apparait lié à un réseau complexe de relations avec d'autres concepts. L'élève doit travailler simultanément le nombre, l'espace, le temps, les relations d'ordre, les ressemblances, etc. Cette simultanéité favorisera le système complexe qui représente la pensée. « Raisonner en mathématique consiste à établir des relations, à les combiner entre elles et à les soumettre à diverses opérations pour créer de nouveaux concepts et pousser plus loin l'exercice de la pensée mathématique » (MELS, 2001, p. 124). Ce système complexe représente, pour nous, la pensée mathématique.

---

[9] Il est important de différencier les troubles de calcul ou dyscalculie et les difficultés en processus de calcul. Le trouble est permanent et la difficulté est transitoire. Cette dernière se surmonte avec une intervention adéquate. Cette étude vise davantage l'évaluation des élèves éprouvant des difficultés.

Il est clair, alors, que cet apprentissage ne se fait qu'à partir de multiples interactions simultanées des divers concepts. De plus, on cherche à développer chez l'enfant sa capacité à résoudre des situations-problèmes[10], sa créativité et son raisonnement, par la mobilisation des connaissances antérieures, des anticipations et d'un jugement critique. Comme l'affirme Kamii (1986), les enfants élaborent les différents concepts logico-mathématiques grâce à leur capacité de réflexion. Le but doit donc être d'amener les élèves à concevoir leurs propres méthodes et stratégies en ce qui a trait, entre autres, les relations numériques; autrement dit, leur propre façon de trouver la réponse.

Avec ce qui précède, nous constatons que la complexité liée au développement de la pensée mathématique est mise davantage en évidence dans le programme de formation au primaire depuis le début des années 2000. Dans les programmes de formation précédents, présentés sous forme d'objectifs terminaux, autant au Québec qu'ailleurs, les mathématiques scolaires se centraient davantage sur l'apprentissage de techniques ou de connaissances (ex. : algorithmes de calculs) et sur l'exécution d'exercices en série. La résolution de problèmes était présente, mais elle était traitée surtout en fin d'apprentissage comme élément d'enrichissement et plus spécifiquement au deuxième cycle. Nous l'avons d'ailleurs constaté selon les objectifs terminaux de ce cycle : situer une erreur dans la solution d'un problème, déterminer les causes et les conséquences des ses erreurs, apporter les correctifs appropriés à ses erreurs, comparer différentes solutions pour un même problème et choisir une solution acceptable ou préférable dans une situation donnée entre autres (MEQ, 1980). Selon Kamii (1986), l'enseignement trop précoce des algorithmes est nuisible au développement du sens du nombre chez les élèves car ils doivent renoncer

---

[10] Ici, le sens donné au concept de «situation-problème» est celui véhiculé par les MELS : «...s'avère d'un outil intellectuel puissant au service du raisonnement et de l'intuition créatrice. La résolution d'une situation-problème engage l'élève dans un processus où il exerce différentes stratégies de compréhension, d'organisation, de solution, de validation et de communication. Elle est également l'occasion d'employer un raisonnement mathématique et de communiquer à l'aide du langage mathématique. Il ne s'agit pas d'un exercice d'application. Sa quête suppose, au contraire, raisonnement, recherche et mise en place de stratégies mobilisant des connaissances. » (p. 126; 2001)

à penser par eux-mêmes pour suivre des règles et ils ont de la difficulté à construire le concept de valeur positionnelle avec ces règles.

Deuxièmement, la résolution de problèmes, réalisée en fin d'apprentissage est très souvent négligée par les intervenants par manque de temps. « La présentation directe de concepts implique également une certaine insistance sur la maitrise des algorithmes de calcul et sur le développement d'une habileté générale à résoudre des problèmes » (MEQ, 1980, p.7) Deux des quatre clés de l'orientation et de l'enseignement des mathématiques dans l'ancien programme étaient la maitrise des algorithmes de base et l'acquisition de certains automatismes de calcul. En conséquence, l'objectif était d'initier l'élève par l'apprentissage de concepts fondamentaux.

Nous observons également qu'actuellement, dans les écoles québécoises, les services d'orthopédagogie et de soutien pédagogique mettent l'accent sur la maitrise du français et oublient des processus aussi importants que celui du développement de la pensée mathématique (Fontaine, 2008). Du nombre d'élèves suivis de façon individuelle, dans l'étude de Fontaine, 7,5% reçoivent des interventions en mathématiques seulement, 13,4% reçoivent des interventions en français et en mathématiques et 79,1% reçoivent des interventions en français. En ce qui concerne les élèves suivis en sous-groupe, 13% reçoivent des interventions en mathématiques seulement, 25,4% en français et en mathématiques et 61,6% reçoivent des interventions en français. Donc, les élèves n'ont pas le soutien suffisant pour surmonter leurs difficultés en mathématiques. Une étude effectuée par Fontaine (2008) auprès de 40 orthopédagogues d'une commission scolaire a montré que seulement 20% des interventions de ces orthopédagogues touchaient les difficultés d'apprentissage en mathématiques alors que le pourcentage d'élèves éprouvant des difficultés en mathématiques est sans doute plus haut.

En ce qui concerne les formations reçues en mathématiques, 71,4% des orthopédagogues de cette étude n'ont bénéficié d'aucune journée de formation en mathématiques durant une année scolaire en comparaison avec 16,7% qui n'ont bénéficié d'aucune journée de formation en français. D'ailleurs, les orthopédagogues ne se sentent pas outillés pour intervenir et évaluer en mathématiques. De plus, ils semblent avoir moins de matériel à leur disposition en mathématiques qu'en français. Cela explique en partie la difficulté des orthopédagogues à intervenir en mathématiques, raison pour laquelle seulement 7% d'entre eux interviennent en mathématiques.

Parmi les diverses raisons qui soutiennent ce résultat, cette étude met en lumière la grande importance qu'accordent les orthopédagogues au français, le manque de formation en mathématiques, le manque de référence aux services d'orthopédagogie pour les élèves en difficulté en mathématiques, l'anxiété de l'orthopédagogue face à l'enseignement des mathématiques et le manque d'outils d'évaluation et d'intervention orthopédagogique en mathématiques. Dans cet essai, nous tenterons de palier, en partie, à ce dernier manque.

3. OUTILS D'ÉVALUATION MATHÉMATIQUE DISPONIBLES ACTUELLEMENT

Peu d'outils existent et ces derniers ne semblent pas répondre aux besoins des enseignants car ils sont peu adaptés aux principes pédagogiques et aux éléments clés de la réforme de l'éducation que nous avons mentionnée. Parmi les outils les plus utilisés par les orthopédagogues selon une recherche réalisée par Verreault (2007) nous trouvons : « Key-Math »[11] (2000), « UND-II », l'outil de la commission scolaire de Brossard (1991), les tests diagnostiques de la commission scolaire de Le Gardeur(s) (1989), un outil pour l'évaluation et la prévention au niveau préscolaire de la commission scolaire Jacques-Cartier (1995) et finalement « En passant par les

[11] Il existe une version plus récente, soit Key-Math3, mais les mises à jour de l'outil portent surtout sur la mise en page de l'outil, le contenu et l'approche n'ont pas changés.

nombres » (1993). Par ailleurs, nous ajoutons à cette recension « l'Épreuve Conceptuelle de résolution de Problèmes Numériques » (ECPN, 1995), un outil d'évaluation des compétences numériques destiné à des enfants ayant des difficultés d'apprentissage en mathématiques.

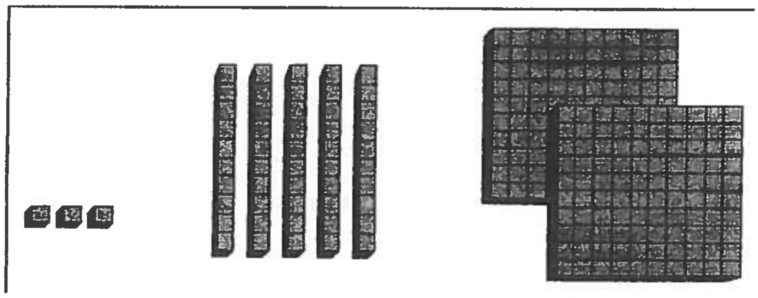
Dans ce qui suit, nous décrivons brièvement chacun de ces outils grâce à l'identification de leurs fondements, du niveau scolaire visé par l'outil et d'un exemple de question tiré de l'outil. Tous ces outils peuvent être regroupés en deux catégories mettant en évidence les lacunes auxquelles nous souhaitons remédier dans le cadre de ce projet : les outils d'évaluation centrés sur la performance des élèves et non leur compréhension (raisonnements et processus) et ceux centrés uniquement sur les premiers apprentissages arithmétiques.

3.1 Outils d'évaluation centrés sur la performance des élèves

Le Key-Math (Connolly, 2000), qui est basé sur une approche cognitive, se présente comme un inventaire diagnostique des bases en mathématiques qui comprend tous les niveaux, de la maternelle jusqu'à la dernière année du secondaire, et il est un des plus utilisés dans le milieu scolaire selon une étude de Fontaine (2008). Il est standardisé[12] et normalisé selon les objectifs des programmes d'études aux États-Unis mais une version canadienne a été adaptée il y a quelques années. Cette version permet d'identifier le niveau académique atteint par l'élève et les contenus qu'il ne maitrise pas. Elle prend en compte le résultat obtenu à des questions de type fermé et des algorithmes réalisés sur papier (voir la figure 2). Le contact avec l'évaluateur est minimum, ce dernier se limite à la lecture des questions et à noter les réponses. L'élève n'a aucun type de matériel concret duquel il puisse s'aider, la majorité du temps son rôle se limite à pointer une réponse. Ce type d'outil s'éloigne du nouveau programme de formation de l'école québécoise, en particulier de la

[12] Les évaluations standardisées « sont construites sur la base d'une comparaison normative avec un grand échantillon d'élèves d'âges déterminés » (Schmidt, 2002, p.55)

compétence 2 en lien avec le développement des raisonnements et processus mathématiques, car l'aspect qui est pris en compte est uniquement la réponse de l'élève (par pointage) et non sa compréhension de la situation ou du problème. Dans le même ordre d'idée, il ne permet pas d'identifier les sources des difficultés pour suggérer des pistes d'intervention et vérifie très peu le sens que les élèves accordent aux différentes notions mathématiques. Voici un exemple de question :



Combien il y a de cubes-unités en tout sur l'image ?

Figure 2. Exemple de question du Key-Math.[13]

Ce premier outil couvre une partie importante des contenus mathématiques visés au primaire, mais il est centré sur la performance des élèves et non sur leur compréhension. Si nous prenons l'exemple précédent, nous ne pouvons pas savoir si l'élève procède par dénombrement unitaire, par regroupement en paquet de dix et comment il s'organise pour les dénombrer. Nous ne pouvons pas, non plus, avoir des indices sur son incompréhension si sa réponse est fausse (comptine, dénombrement, organisation…).

L'outil diagnostique de la Commission scolaire de Brossard (Audet et Lyons, 1991) et celui de la Commission scolaire Le Gardeur (Locat, 1989) sont des évaluations critériées qui ont été élaborées en fonction des objectifs identifiés par l'ancien programme de formation du MEQ et à partir des approches pédagogiques

[13] Exemple cité par Verreault, 2007, p. 114.

adoptées par chaque commission scolaire. Elles mesurent la performance des élèves en lien avec les contenus de chaque niveau scolaire et la méthode de passation consiste en un questionnaire traditionnel. Autrement dit, ce type d'évaluation s'intéresse aux contenus et aux réponses finales plutôt que de s'intéresser aux stratégies. Une question type des évaluations mathématiques employées par ces commissions scolaires est par exemple : encercle la/les phrases mathématiques qui sont vraies :

$\boxed{1 + 3 = 3 +}$	$\boxed{9 - 1 = 2 \text{ x}}$	$\boxed{5 + 6 > 9 +}$	$\boxed{4 + 5 = 9 + 1 =}$
	$\boxed{8 = 5 + 3}$	$\boxed{6 < 7 - 2}$	

Figure 3. Exemple de question de l'outil diagnostique de la Commission scolaire de Brossard (1991)

Ces calculs sont réalisés par écrit et l'intervenant possède seulement la trace écrite du calcul, se limitant souvent à la réponse, pour poser un jugement sur la compréhension mathématique de l'élève. Mais, dans un tel contexte, plusieurs questions demeurent entières pour les enseignants et orthopédagogues : la manière par laquelle un élève a procédé pour obtenir ce résultat, la nature de la difficulté de l'élève, ce que l'élève comprend ou ce qu'il ne comprend pas. Ainsi l'orthopédagogue n'a pas d'indice sur les processus cognitifs et les difficultés sur lesquels il doit intervenir et sur la façon de le faire. Ainsi, en pratique, ce type d'évaluation apporte peu d'information sur le développement du sens du nombre des élèves et ce manque d'information vient directement influencer la qualité des interventions subséquentes.

Globalement, ce premier type d'évaluation met davantage l'accent sur le niveau de performance des élèves en fonction des réponses aux questions, mais il nous informe peu sur les stratégies et difficultés des élèves; deux aspects que nous considérons centraux selon notre paradigme d'enseignement et d'évaluation lié au constructiviste et à la compétence visée par ce projet, soit le développement des raisonnements et processus mathématiques. Étant donné que le but, le format et les tâches de ce type d'évaluation sont plutôt éloignés de nos préoccupations, nous ne pourrons nous inspirer de ces derniers pour la construction de notre outil d'évaluation. Par contre, il ne faudrait pas douter de leur utilité, au contraire, ils répondent simplement à d'autres besoins que ceux visés par cet essai.

3.2 Outils d'évaluation centrés sur les premiers apprentissages arithmétiques

Avec un fondement constructiviste, « l'outil pour l'évaluation et la prévention, niveau préscolaire 5 ans » de l'ancienne commission scolaire Jacques-Cartier, (Sabourin, 1995) (voir fig. 4 pour un exemple de question) et celui « En passant par les nombres » (Jolin, DeBlois et Roy, 1993) évaluent et analysent les comportements observés et les raisonnements verbalisés lors de la réalisation des tâches demandées. Dans ces évaluations critériées[14], les auteurs ont priorisé l'entrevue clinique comme méthode de passation afin de favoriser les interactions entre l'évaluateur et l'élève et de dégager les stratégies de ce dernier. (voir fig. 5 pour un exemple de question) Une des limites de ces outils est qu'ils évaluent les connaissances relatives aux premiers apprentissages comme l'acte de compter, l'aspect ordinal et cardinal du nombre, la compréhension de termes servant à comparer, l'écriture et la reconnaissance de symboles numériques et le raisonnement logico-mathématique. Pour notre projet, nous aimerions étendre l'évaluation du concept du nombre aux quatre premières années de scolarité (pas seulement la première).

---

[14] Les évaluations critériées se construisent en fonction d'un contenu, d'un domaine ou d'objectifs.

BLOC D – CONMPRÉHENSION DE TERMES SERVANT À COMPARER[15]
11. a) Sans les compter devant l'enfant, prendre 6 bâtonnets, les placer sur un carton. Donner un autre carton à l'enfant et dire : *Mets-toi aussi des bâtonnets sur ce carton. Mets-en moins que j'en ai mis sur mon carton.*

Figure 4. Exemple de question de l'outil pour l'évaluation et la prévention Niveau préscolaire (5 ans) de l'ancienne Commission scolaire de Jacques-Cartier.

Malgré le fait que cet outil se limite aux premiers apprentissages numériques, nous retenons de l'outil de l'ancienne Commission scolaire de Jacques-Cartier l'entrevue clinique, la méthode de passation et quelques exemples de tâches. De l'outil « En passant par les nombres », nous retenons l'explicitation des réponses possibles des élèves.

NUMÉRATION[16]	
Présentez à l'enfant l'activité proposée sur la fiche 2. Tu sais compter à rebours. Compte de 25 à 1 Invitez l'enfant à compter à rebours, à voix haute. Au besoin, précisez que « à rebours signifie « en descendant », « à reculons », « à l'envers ».	**Aperçu des réponses possibles** a) L'enfant compte à rebours de 25 à 1 ; • Sans aide, en respectant la régularité ; • En s'appuyant sur un support visuel (calendrier, horloge) ; • En se rapportant à l'ordre croissant dans la comptine des nombres. b) L'enfant ne compte pas de 25 à 1 : • Il saute des nombres ; • Il commence à rebours, mais poursuit dans l'ordre inverse ; • Il est incapable de compter à rebours.

Figure 5. Exemple de question de l'outil En passant par les nombres.

L'utilisation de nombre (UND-II) (Meljac et Lemmel 1999) est un outil d'évaluation standardisé de type critérié, d'inspiration Piagétienne et Vygotskienne

[15] Sabourin, 1995, p.29
[16] Jolin, Deblois et Roy, 1993, p. 16. Il s'agit d'une question pour les élèves en 1[er] année.

qui utilise comme méthode de passation l'entrevue clinique, les questions ouvertes, les mises en situation et la résolution de problèmes additifs. Sa force est d'analyser qualitativement les réponses et les comportements observés plutôt que de les comparer normativement en termes de bonne ou de mauvaise réponse. Cependant, il se limite aux premiers apprentissages en touchant les éléments à la base de la pensée logico-mathématique (les notions de conservations, sériation, classification, inclusion et transitivité) ainsi que l'utilisation du nombre, l'origine spatiale et les connaissances arithmétiques de l'élève en ce qui concerne le vocabulaire des comparaisons, la numération et le sens des quatre opérations arithmétiques.

Numération[17] : Opérations arithmétiques			
	Évocation libre	Démonstration du sens des opérations	Utilisation des doigts
Dire :	Combien ça fait	Montre-moi avec des buchettes et explique-moi	Montre-moi avec tes doigts et explique-moi
Addition	4 + 5 9 + 6	6 + 3 8 + 4	4 + 3 9 + 5
Soustraction	9 – 5 15 – 9	9 – 3 12 – 8	7 – 4 15 - 7
Multiplication	4 x 5	6 x 3	
Division	15 ÷ 3	12 ÷ 4	

Figure 6. Exemple de question de l'outil UND II

L'exemple que nous avons pris (voir fig. 6) est le dernier item de la troisième partie des opérations arithmétiques de l'UDN II. Cet exemple met en jeu des opérations simples de nombres naturels et donc dans le cadre de ce projet, nous devrons envisager des opérations plus complexes avec les nombres naturels ainsi que les

[17] Meljac et Lemmel, 1999, p. 89

nombres décimaux. Tout comme dans l'outil précédent, nous retenons certains éléments de cet outil comme le mode de passation (l'entrevue clinique), l'analyse qualitative des réponses, le fait de donner à l'élève plusieurs options de réponses avec l'utilisation de matériel concret et les mises en situations.

L'ECPN (1995)[18], présenté par Duquesne (1999), l'épreuve que nous ajoutons ici à cette recension de Verreault (2007), est d'inspiration socioconstructiviste et a comme objectif d'évaluer la façon dont les élèves construisent et utilisent les propriétés du nombre. Elle est composée de six items qui se présentent sous la forme de «situations problèmes» [19], décrites oralement, avec un support matériel et dans une mise en scène plutôt ludique. Elle explore les possibilités de conceptualisation numérique des élèves en ce qui concerne les fonctions du nombre : évaluer, égaliser, comparer et transformer (Duquesne; 1999). La limite de cet outil est qu'il n'évalue également que les premiers apprentissages car il a été conçu pour les enfants atteints d'infirmité motrice cérébrale (IMC) avec dyspraxies ou dysphasies.

Relation d'ordre quantifiée
Item 4 a) On modifie la distribution des jetons placés devant chaque figurine et on demande :
« Arrange –toi pour que le chien en ait 4 de plus que le chat »

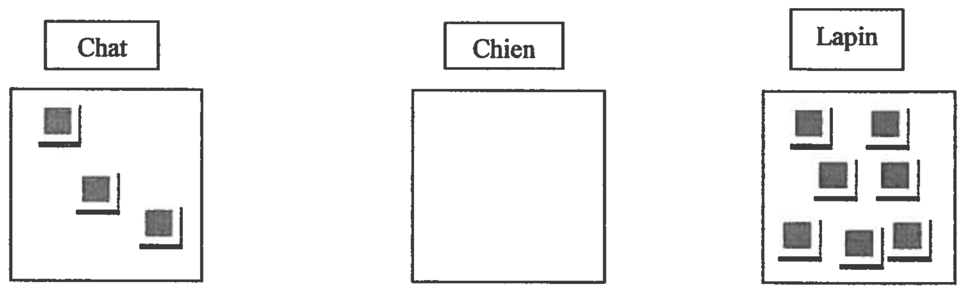


Figure 7. Exemple de question de l'ECPN (1995)[20]

[18] ECPN : Épreuve Conceptuelle de résolution de Problème Numérique. Test paru dans ANAE, no hors série, janvier 95, « Apprentissage du calcul et dyscalculies ».
[19] « Situation problème » est reprise des auteurs de cette évaluation, mais nous sommes conscientes qu'elle ne s'agit pas de « situation problème » au sens du MELS comme on l'a définie précédemment.
[20] Duquesne, F. 1999, p. 86

Globalement, ce deuxième type d'outil est beaucoup plus riche pour notre projet de recherche car il possède des fondements similaires aux nôtres (constructivisme) et vise la compréhension de l'élève. Par conséquent, nous pourrons nous inspirer de plusieurs aspects mis de l'avant par cette approche pour la conception de notre outil d'évaluation : le type de tâche proposée, le matériel, le format sous forme d'entrevue préconisé et l'explicitation des stratégies des élèves. Par contre, notre réflexion en lien avec le développement du concept du nombre devra être élargie afin d'étendre ces principes au contenu visé par les quatre premières années de scolarisation arithmétique des élèves et non seulement par la première année comme ceci semble être le cas dans les outils d'évaluation présentés.

3.3 Éléments à retenir de cette recension

Selon notre expérience professionnelle et par la recension exposée précédemment, il existe peu d'outils pour évaluer le sens du nombre, plus spécifiquement en lien avec le contenu visé par ce projet (les deux premiers cycles du primaire) et son paradigme voulant mettre de l'avant les stratégies que les élèves utilisent lors du travail de mathématique. Les quelques outils utilisés ne semblent pas répondre aux besoins des enseignants et orthopédagogues car ils n'évaluent pas toutes les dimensions à prendre en compte (Fontaine, 2008). Par exemple, il y a des outils qui priorisent les réponses orales, d'autres qui ont une approche clinique ou qui se limitent à la résolution des opérations et des algorithmes. Selon le choix de formats de présentation priorisé par ces outils, certains aspects du concept du nombre sont mis de l'avant. Afin d'avoir une vue d'ensemble lors de l'évaluation du concept du nombre, nous devons prendre en compte ses différentes représentations, c'est-à-dire concrète, imagée ou symbolique. Par exemple, un élève peut représenter la valeur positionnelle d'un nombre en utilisant les réglettes de Cuisenaire et avoir de la difficulté à la représenter symboliquement. Un autre, aura de la facilité à la représenter de façon imagée, en dessinant des bâtons ou d'autres élèves n'auront aucune difficulté avec à la valeur positionnelle. Autrement dit, nous devons aller chercher, chez l'élève, le type de représentation du sens du nombre qu'il maitrise par différentes voies, soit concrète, imagée ou symbolique. Il s'agit d'un autre critère auquel nous porterons une attention particulière pour l'élaboration de notre outil d'évaluation. Selon nous, il est important d'explorer chez les élèves ces différents aspects (concret, imagé et symbolique), comme nous le verrons dans le cadre conceptuel, lors d'une évaluation pour connaître leur niveau de compréhension, de même que les stratégies et difficultés de ces derniers.

Puisque les outils présentés possédaient tous certaines limites en lien avec nos préoccupations actuelles, nous désirons développer dans cet essai, un outil qui met davantage en évidence les stratégies et les difficultés des élèves en lien avec le sens du nombre et qui ne se limite pas uniquement aux premiers apprentissages, mais s'étale sur les quatre premières années d'apprentissage arithmétique. Ces deux éléments combinés permettront, nous l'espérons, une meilleure compréhension du développement du sens du nombre chez l'élève en difficulté.

Tous ces facteurs très significatifs pour l'enseignement, l'apprentissage et l'évaluation du sens du nombre, viennent appuyer la pertinence d'une telle étude. Dans cet essai, après avoir révisé les outils les plus utilisés (par les orthopédagogues), qui ne permettent pas de rendre compte des processus cognitifs, des stratégies et des difficultés des élèves liés au développement du sens du nombre aux deux premiers cycles du primaire, nous envisageons l'élaboration d'une évaluation diagnostique qui comblerait ces lacunes. Plusieurs paramètres en lien avec les fondements, le format (présentation et passation), le matériel et les tâches du deuxième type d'outils d'évaluation nous serviront de base pour la conception de notre outil d'évaluation.

Dans la prochaine section, nous mettons en évidence l'objectif ciblé par cet essai touchant cette importante problématique, par l'énonciation du problème et des questions visés, car nous n'avons pas la prétention de pouvoir résoudre tous les obstacles énoncés précédemment.

4. PROBLEME ET QUESTION GENERALE DE RECHERCHE

Plusieurs processus cognitifs, stratégies, et difficultés sont impliqués dans la conceptualisation du nombre, toutefois, il n'existe pas beaucoup d'outils pour les évaluer chez les enfants du primaire. Pour les enseignants et orthopédagogues, il serait pertinent d'avoir un outil qui évalue les stratégies utilisées par l'élève, ses forces, ses faiblesses et qui donne des pistes d'intervention. Cela permettrait premièrement, de minimiser les interventions répétitives, monotones et ennuyantes auxquelles l'élève est exposé lorsque nous ignorons les vraies causes de la difficulté et, par conséquent, d'éliminer une certaine surcharge pour les intervenants, d'offrir des interventions mieux adaptées aux élèves et d'améliorer de façon générale l'efficacité de l'évaluation et des enseignements qui en découlent.

Dans un tel contexte, il est important de combler les besoins autant des élèves que des intervenants. Voici, par conséquent, l'objectif général de cet essai professionnel et les deux objectifs spécifiques qui le sous-tendent[21]:

Élaborer un outil d'évaluation diagnostique qui permet de connaitre les processus cognitifs, les stratégies et les difficultés chez les élèves aux 1^er et 2^ème cycles du primaire lors de la conceptualisation du sens du nombre.

- Mettre en évidence les stratégies et les difficultés impliquées dans le concept du nombre chez les élèves des premier et deuxième cycles du primaire.

- Cibler les composantes pertinentes pour un outil qui évalue l'état de la conceptualisation numérique des quatre premières années du primaire dans une perspective constructiviste, en tenant compte des avantages et des limites des outils d'évaluations déjà existants.

---

[21] Ces objectifs seront précisés suite à l'élaboration de notre cadre conceptuel.

Pour répondre à ces objectifs, nous nous posons la question générale de recherche suivante :

Dans un paradigme constructiviste du développement cognitif (processus, stratégies et difficultés), comment évaluer le sens du nombre chez les élèves des deux premiers cycles du primaire qui éprouvent des difficultés en mathématiques ?

DEUXIÈME CHAPITRE

CADRE CONCEPTUEL

Tout d'abord, puisqu'il existe différents types d'évaluation, nous clarifions brièvement ici quelques éléments privilégiés par ce projet. L'évaluation diagnostique a été retenue ici, premièrement, car elle cherche à cibler la nature des difficultés qui sont identifiées chez l'élève (ADOQ, 2003 cité par Verreault, 2007). L'outil d'évaluation présenté dans cet essai cherchera à identifier les forces et les faiblesses de l'élève en termes de difficultés éprouvées et de stratégies cognitives utilisées, ce, dans un but de prévention et de réorientation de l'intervention. Deuxièmement, cette évaluation est centrée sur l'analyse des productions et des comportements manifestés (Morissette, cité par Verreault, 2007) et finalement elle se centre sur les processus impliqués pour réaliser une tâche et non seulement sur le résultat obtenu. Nous reprenons des éléments du modèle d'évaluation clinique comme celui de la stratégie de penser à haute voix parce qu'elle nous permet d'observer la façon de penser de l'élève et de mieux comprendre les sources fondamentales de ses incompréhensions (Schmidt, 2002).

Dans l'outil d'évaluation que nous allons élaborer nous suggérons fortement d'accepter toutes les productions des élèves, de rester tout le temps neutre face aux réponses donnés en évitant de les orienter ou de les valider. L'élève aura, à sa disposition, du matériel concret et varié pour l'aider, par exemple des réglettes de Cuisenaire, des jetons, des bâtonnets, entre autres. Cela nous permettra d'évaluer les comportements impliqués, la façon d'aborder et de mener la tâche, d'identifier la nature de la difficulté et évidement d'intervenir adéquatement. Bref, nous proposerons un outil nous permettant d'avoir accès aux forces, aux difficultés, aux stratégies de l'élève afin de situer son niveau de compréhension du sens du nombre et ce dans le but d'élaborer le plan d'intervention qui lui permettra de comprendre ces concepts et de mieux réussir à l'école.

De façon plus spécifique, ce cadre conceptuel traitera des aspects suivants. Premièrement, la perspective constructiviste sera explicitée étant donné qu'il s'agit du fondement de cet essai et que cette perspective vient nécessairement teinter l'outil d'évaluation qui sera conçu ultérieurement. Deuxièmement, nous ferons une révision des différentes composantes en lien avec le développement du processus de construction du nombre chez les enfants. Il est important de connaitre comment l'enfant accède au concept du nombre pour répondre à ses besoins, surmonter les obstacles identifiés et améliorer les stratégies d'enseignement des mathématiques à l'enfant. Pour ce faire, nous traiterons des stratégies et des difficultés des élèves impliquées dans l'apprentissage des nombres naturels, de leurs opérations et des nombres décimaux. Pour compléter cette section sur l'acquisition des concepts arithmétiques, un volet du cadre traitera de la mise en contexte de ces concepts en présentant certains éléments tirés de la résolution de problèmes. Par contre, nous ne voulons pas, par cette dernière composante, étendre notre cadre à la résolution de problèmes; cela sortirait des objectifs fixés pour cet essai et serait trop laborieux pour ce type de projet.

1. PERSPECTIVE CONSTRUCTIVISTE

La perspective constructiviste est alimentée par des apports de divers courants psychologiques associés à la psychologie cognitive : l'approche psychogénétique piagétienne, la théorie des schémas cognitifs, la théorie de l'apprentissage significatif d'Ausubel, l'approche historico-culturelle de Vygotski et celle de l'apprentissage par découverte de Bruner entre autres (Diaz; 2002). Bien que ces auteurs soient dans des cadres théoriques différents, ils partagent le principe de l'importance de l'activité constructive de l'élève dans la mise en œuvre de l'apprentissage scolaire. Nous centrerons la recherche sur l'approche psychogénétique piagétienne. Carretero (1993) affirme que, selon la théorie constructiviste, la connaissance n'est pas une copie fidèle de la réalité, mais une construction de l'être humain. « Le modèle constructiviste piagétien de la connaissance voit dans l'activité du sujet et dans son interaction avec l'environnement le moteur du développement » (Van Nieuwenhove; 1999). Alors, un savoir se construit.

De quelle façon l'individu réalise-t-il cette construction? En fait, avec les schémas qu'il possède déjà, c'est-à-dire avec ce qui est intégré dans sa relation avec son environnement. Le processus de construction repose sur deux aspects fondamentaux. En premier lieu, il se base sur les connaissances antérieures ou les représentations que nous avons de la nouvelle information, de la tâche ou de l'activité à accomplir. Et, deuxièmement, ce processus implique l'activité externe ou interne que l'apprenant effectue. En ce sens, le constructivisme rejette le concept de l'élève comme un simple récepteur ou reproducteur de savoirs ainsi que l'idée selon laquelle le développement est l'accumulation simple des apprentissages spécifiques. Les connaissances anciennes jouent le rôle de processus d'assimilation des connaissances nouvelles. En d'autres termes, ce qu'un individu va apprendre dépend de ce qu'il sait déjà.

Nous présenterons par la suite quelques principes de l'apprentissage, exposés par Diaz (1999) dans son article, qui sont associés à une conception constructiviste de l'apprentissage :

- L'apprentissage est un processus constructif interne.
- Le degré d'apprentissage dépend du niveau de développement cognitif.
- Le point de départ de tout apprentissage est la connaissance antérieure.
- L'apprentissage est un processus de (re) construction des savoirs culturels.
- L'apprentissage est facilité par la médiation ou l'interaction avec les autres.
- L'apprentissage implique un processus de réorganisation interne de schémas.

- L'apprentissage se produit quand il y a un conflit entre ce que sait l'élève et ce qu'il devrait savoir.

Dans ce sens, un des rôles de l'enseignant pour Piaget serait de créer et d'organiser des situations stimulantes, de poser des questions qui facilitent chez l'enfant la remise en question de ses idées (Green et Gradler, 2002), et d'évaluer le processus au moins autant que le contenu d'apprentissage et le produit. En cohérence avec cette perspective, nous faisons le choix de privilégier un mode de passation interactif, l'entrevue, pour l'élaboration de notre outil et d'expliciter les processus des élèves. À la lumière de cette perspective, nous exposerons, à la section suivante, les grandes composantes de la construction du nombre chez l'enfant.

2. CONSTRUCTION DU NOMBRE SELON LA PERSPECTIVE PRÉCÉDENTE

La construction de la notion du nombre et des opérations mathématiques se réalise progressivement dès les premières années de vie. À partir de la naissance, l'enfant commence à interagir avec son environnement en réorganisant les structures qu'il possède et en en développant de nouvelles qui l'aident à construire des relations telles que la transitivité, l'inclusion de classe et la réversibilité, entre autres, lesquelles nous expliquerons brièvement par la suite.

Du point de vue cognitif, la transitivité n'est que la capacité de comparer deux éléments A et B de façon indirecte par rapport aux comparaisons avec un troisième élément C. Par exemple, quand on dit que dans la boîte A il y a plus d'objets que dans la boîte C et que dans la boîte C il y en a plus que dans la B, nous inférons que nécessairement A comporte plus d'objets que B.

> La transitivité est l'une des propriétés de base des groupements de relations symétriques aussi bien qu'asymétriques. La relation symétrique d'égalité numérique, ou encore la relation asymétrique de grandeur entre des baguettes possèdent par exemple cette propriété. Parmi les nombreux résultats spectaculaires de la psychologie génétique, on fait ce constat qu'un enfant ne maitrise la propriété de transitivité propre à une relation que dans la mesure où il a construit les opérations correspondantes.
> (http://www.fondationjeanpiaget)

La relation d'inclusion de classe est un concept fondamental de la cognition, elle permet d'attribuer les parties du tout, de différencier l'identique du différent et d'inférer que la classe inclue la sous-classe. Par exemple, la classe des fleurs est l'ensemble des objets dont chacun est une fleur. Une tulipe rouge et une marguerite blanche sont équivalentes en tant que fleur, et cela malgré leur différence de couleur. Des exemples pour la notion de nombre sont la classification et la décomposition numérique. Selon Piaget, pour construire le nombre, l'enfant doit retenir des classes leur structure d'inclusion: Par exemple, lorsque l'enfant réunit des objets en une collection et les compte, il est capable d'abstraire que 1 est inclus dans 2, 2 dans 3, etc. et de reconnaitre que le dernier inclus toute la collection. C'est l'aspect cardinal du nombre[22], c'est-à-dire, A est inclus en B et B est inclus en C, un peu comme les marguerites sont incluses dans la famille des fleurs. La cardinalité implique la représentation de certaines caractéristiques communes qui ont été abstraites d'une collection d'objets (Bideaud, J., Meljac, CL., Fisher, J.P. 1991). Cette hiérarchisation permet la classification, définie comme la sous-classe incluse dans une classe hiérarchiquement supérieure. Donc, le nombre se construit par l'élaboration des classes logiques et de leur hiérarchisation. Selon Parrat-Dayan et Vonèche (cités par Bideaud et al. 1991) la genèse du nombre est considérée comme la synthèse de l'inclusion des classes (groupement additif des classes) et de la sériation, alors le nombre se construit en tant que classe sériée.

[22] Le cardinal est le nombre d'objets que contient une classe

La réversibilité permet à l'enfant de concevoir simultanément deux relations inverses. « C'est-à-dire que, quelles que soient les transformations sur la forme de l'objet, la quantité reste identique et donc, l'objet qui retrouvera sa forme initiale aura la même quantité » (Idem) Les différentes épreuves des conservations comme celles de la quantité, du volume, de la surface entre autres, montrent le développement de ce processus. Dans un premier stade, les quantités sont évaluées simplement en fonction des rapports perceptifs non coordonnées entre eux; lorsque les différences perceptives sont considérables, l'enfant va plus rapidement nier la conservation. Par contre, lorsque les différences perceptives entre les deux collections sont minimes, l'enfant va admettre la conservation; peu à peu le nombre et les notions arithmétiques se structurent en fonction des exigences de la conservation.

Selon cette perspective, la connaissance est construite chez l'enfant, par l'interaction de ses structures mentales avec l'environnement, c'est-à-dire, la manipulation et la structuration interne de son action. L'activité motrice et sensorielle coordonnée se traduit initialement en processus d'apprentissage. Ces schémas sensorimoteurs, perceptifs et comportementaux, facilitent une relation coordonnée sur les objets et la construction de la permanence de l'objet. L'expression permanence de l'objet signifie que l'enfant admet qu'un objet continue d'exister lorsqu'il quitte le champ perceptif. Concevoir cette permanence implique que l'enfant soit capable d'en conserver une représentation mentale. Cela implique la capacité de reconnaître l'espace interne et externe, les qualités sensorielles des objets, les notions d'ordre, la durée du temps (imitation différée, jeu symbolique) et le langage même, en donnant lieu aux séquences structurées. C'est un processus qui favorise l'initiation de la construction du concept du nombre, en concevant le nombre comme quelque chose plutôt que comme un nom. Dénombrer à voix haute est une des premières notions du nombre apprise chez les enfants. Piaget (1967) nous montre que cette habileté de dénombrement peut facilement tromper l'adulte; bien que l'enfant compte verbalement en ordre correct, il ne reconnaît pas le besoin logique d'ordonner les objets quelconques. Le résultat final est un dénombrement incorrect. Sans ordre, l'enfant compte au hasard et il ne peut pas éviter de sauter ou de répéter les nombre en comptant.

Pour arriver au concept numérique l'enfant a eu à intérioriser une série de relations de base telles que:

2.1 La quantification

La quantification est un processus primordial pour développer le sens du nombre qui consiste à indiquer la numérosité d'un ensemble d'objets. Elle permet d'assigner des valeurs numériques à des collections, d'explorer les relations de taille entre collections et de déterminer les relations complexes existant entre les nombres (Camos, 1999). Le dénombrement, qui est considéré comme la base des apprentissages arithmétiques, comporte deux processus : l'énonciation et le pointage (Beckwith & Restle, 1966; Potter & Levy, 1968) ou l'étiquetage et la partition selon Gelman et Gallistel (1978). L'énonciation se définit comme l'assignation d'un mot-nombre à chaque objet de la collection et le pointage comme la séparation manuelle ou visuelle de chaque élément. Les enfants peuvent produire des erreurs dans un de ces deux processus. Une erreur d'énonciation peut être de donner un même mot-nombre à plusieurs objets de la collection. Oublier un objet ou le recompter constituerait une erreur de pointage.

Une étude de Beckwith et Restle (1966) a montré que les enfants prennent plus de temps en dénombrant des collections qui ont des dispositions aléatoires comparé à celles qui ont une disposition circulaire, linéaire ou rectangulaire. Alors, il semble que les enfants organisent leur trajet de dénombrement en fonction de la disposition spatiale présentée puisque cela facilite le contrôle.

Le comptage[23] est étroitement lié au développement du concept de cardinalité quoiqu'au début, le fait de compter n'a aucune relation avec la cardinalité. Gelman et Gallisttel (1978), établissent cinq principes sur lesquels se construit ce mécanisme d'appréhension du nombre : Le premier, c'est le principe d'ordre stable, selon lequel les mots-nombres constituent une séquence stable. Dans cette première connaissance de la chaine numérique Fuson (1991) présente cinq niveaux d'élaboration de l'énonciation: Un premier niveau, « chapelet » : les mots sont liés entre eux en un tout indissociable, autrement dit c'est réciter la comptine sans signification; deuxième niveau, « chaine insécable » : les mots sont séparés mais la séquence n'existe que sous la forme d'une suite qui ne peut être produite qu'a partir du début; troisième niveau, « chaine sécable » : la séquence peut être produite à partir d'un mot arbitraire; quatrième niveau, « chaine numérique » : les noms de nombre deviennent des unités et le dernier niveau, « chaine bidirectionnelle » : les mots-nombres peuvent être produits aussi facilement dans un sens que dans l'autre (Camos, 1999; p.28). Les élèves éprouvent souvent des difficultés avec les nombres qui comportent plusieurs le principe de correspondance terme à terme, dont à chaque élément compté correspond un et un seul mot-nombre; le principe syllabes et qui demandent plus de temps à énoncer, cela pourrait avoir un impact sur l'énonciation et le pointage en affectant la performance du dénombrement.

Il y a également les principes suivants : le principe cardinal, selon lequel le dernier mot-nombre dans la séquence de comptage représente le nombre d'éléments de la collection; le principe d'abstraction, selon lequel l'ensemble sur lequel porte le comptage peut être constitué d'éléments hétérogènes tous pris comme unité et le dernier principe de non-pertinence de l'ordre, selon lequel le comptage peut se faire dans n'importe quel ordre et n'affecte pas le résultat. Lorsque l'enfant dénombre une collection et donne une double signification au dernier mot, c'est-à-dire lorsqu'il est capable de coordonner le nombre qui distingue un objet et ce même nombre qui représente la totalité de la collection on peut dire qu'il a acquis les principes du

---

[23] Selon Brissiaud (1999) le dénombrement est un niveau de comptage plus fouillé.

comptage. Il est important de faire vivre aux enfants des expériences quotidiennes de comptage dans la vie de tous les jours et de ne pas l'enseigner seulement comme une procédure pour qu'il puisse avoir une signification cardinale. Les erreurs les plus fréquentes des enfants dans une étude faite par Van Nieuwenhoven (1996) sont le sur-comptage, l'omission, la correspondance terme à terme mal assurée entre les objets et le non respect de la suite numérique.

La relation d'équivalence favorise la construction du schéma de classification car elle compare les éléments par leur ressemblance, la maitrise de l'inclusion et la hiérarchisation. Ce schéma permet à l'enfant de connaitre, d'organiser et de s'approprier son monde environnant, de réunir des objets "équivalents" dans une même classe. Par exemple, lorsque l'élève affirme que « ___ est équivalente à ___ », c'est pareil, égal, il y a autant ou il y a plus d'objets dans la collection A que dans celle de B, mais moins que dans celle de C, il arrive à comprendre le principe d'égalité et de différence (Castano ; 2006).

Le développement du concept du nombre débute par l'élaboration qualitative des objets, basée sur des relations : « il y a plus que… », « Il y a moins que… » « Il y a autant que … » en commençant, de cette façon, à quantifier. Les enfants doivent être confrontés à des expériences qui peuvent être résolues au niveau de la quantification qualitative, mais qui exigent aussi le recours à la quantification quantitative. (Castano; 1991)

Un deuxième niveau de quantification avec représentation concrète consiste à remplacer les gros objets par des objets plus manipulables comme les réglettes, les pailles, les bâtons ou les doigts. Compter sur ses doigts peut nous sembler un des degrés les plus élémentaires dans l'ordre des acquisitions numériques, toutefois, il demeure le pilier fondamental de la pratique numérique de toutes les civilisations du monde entier. Cela a ouvert la voie aux découvertes arithmétiques les plus élaborées

(Ménissier, 1999). En effet, c'est avec l'utilisation des doigts que l'enfant commence à intérioriser le concept de dizaine.

Ensuite, le troisième niveau consiste en la quantification sur des représentations graphiques. À ce niveau, les enfants ne disposent plus d'objets manipulables pour faire leurs quantifications, il existe des représentations graphiques des objets comme les ronds, les bâtons, avec lesquelles ils doivent faire le dénombrement.

Un dernier niveau de quantification avec des représentations abstraites consiste en l'accès aux signes numériques, qui sont des représentations abstraites de la quantité d'objets que comporte une collection.

Au début, ces représentations ne sont pas si abstraites puisqu'elles sont supportées par des images ou concrétisées par les doigts. À ce niveau les doigts ne s'utilisent pas pour copier la réalité mais pour tenter de la rapprocher d'un signe abstrait. Dans l'outil d'évaluation à élaborer nous pourrions demander aux élèves : Combien d'objets y a-t-il sur la table? Lui demander de donner le nombre de jetons de plusieurs collections et d'ajouter ou d'enlever des jetons de la collection précédente afin de rendre deux collections égales. Parmi les stratégies retenues se trouvent celles de reconnaissance globale, pointage, regroupement, recomptage des objets, énonciation et vérification (Fisher, 1999; Camos, V., Fayol, M., et Barrouillet, P. 1999; Bednarz, 1988; Brissiaud,1999; Bideaud et al., 1991, Van Nieuwenhowen, 1996; Debeurne et Van Grunderbeeck, 2002) En ce qui concerne les difficultés, nous repérons celles de coordination, organisation, mémoire dans la suite de nombres, attention, sur-comptage, omission, correspondance terme à terme, et avec les nombres qui comportent plusieurs syllabes (Fisher,1999; Camos et al.,1999; Bednarz, 1988; Brissiaud, 1999; Bideaud et al.,1991; Van Nieuwenhoven, 1996; Debeurne et Van Grunderbeeck, 2002).

2.2 Relation d'ordre

La relation d'ordre permet à l'enfant d'établir simultanément des comparaisons parmi plusieurs éléments d'une collection, en construisant de cette façon le schéma transitif et la composition de la relation directe et inverse, pour laquelle on comprend la notion d'ENTRE (lorsqu'il s'agit de trois éléments). Donc, mettre en ordre n'est pas mémoriser une série numérique mais plutôt maitriser des relations logiques. Un élément quelconque est compris comme étant simultanément plus grand que les précédents et plus petit que les suivants, par exemple : 5> 1, 2, 3, 4, et 5 < 6, 7, 8, etc. La relation d'ordre permet de déduire la transitivité qui constitue une des premières lois de composition si A < B et B < C, alors A < C. « La construction du nombre s'effectue chez l'enfant en liaison étroite avec celles des sériations et des inclusions de classe » (Piaget; 1966; p.82). Dans l'outil d'évaluation, nous pourrions demander aux élèves d'organiser des collections d'objets en ordre croissant et décroissant, de continuer des suites de nombres en ordre croissant et décroissant, d'organiser des fiches de nombres en ordre, de nommer le nombre qui vient avant, après et entre deux nombres donnés. Parmi les stratégies que nous retenons pour ce type de tâche: toucher les doigts, compter des objets ou des images (points, jetons), commencer la suite et reconnaitre l'ensemble. (Castano, 1991; Labinowisc, 1986, Bideaud et al. 1991, Ménissier, 1999) Plusieurs auteurs soulignent par ailleurs des difficultés de mémoire, d'attention, de maitrise de la suite de nombre, du caractère ordinal et des difficultés spatiotemporelles. (Beckwith, 1966; Bednarz, 1984, 1985, 1988; Polo, 1999; Debeurme et Van Grunderbeeck 2002, Potter et Levy, 1968)

2.3 Conservation

Le schéma de conservation, c'est-à-dire celui qui permet de raisonner sur les transformations et pas sur les états, favorise chez l'enfant la maitrise des processus réversibles, qui d'une façon ou d'une autre soutiennent et donnent accès à la soustraction et à la division comme opérations inverses de l'addition et de la multiplication. La conservation existe lorsque l'enfant a la certitude que le tout est une collection de parties qui peuvent se distribuer comme on veut. La relation des parties avec le tout est la relation logique d'une telle conservation. Tant que l'enfant ne peut pas penser simultanément au tout et aux parties, tant qu'il n'est pas capable de se désaxer d'un des points de vue pour en adopter un autre en même temps, tant qu'il n'a pas de réversibilité de la pensée, il n'existera pas de conservation du nombre. Le concept du nombre ne se limite pas au principe de la cardinalité, c'est-à-dire au simple fait d'indiquer le nombre d'éléments d'un ensemble. Il faut saisir le principe d'invariance, c'est-à-dire comprendre que le nombre d'éléments d'une collection ne dépend pas de la disposition spatiale des éléments ni de leur ordre dans la collection. (Van Nieuwenhove; 1996) Parmi les stratégies que manifestent les élèves lors de tâches visant à vérifier la conservation, nous retenons sont celles d'apparence, de comptage, de correspondance et de comparaison (Labinowisc, 1986; Bideaud et al. 1991; Bednarz, 1988; Castano, 1991; Piaget, 1967). Nous retenons également des difficultés possibles d'organisation, de mémoire, de réversibilité et d'attention (Polo, 1999; Beckwith et Restle, 1966; Labinowisc, 1986; Piaget, 1998).

Voici ce que nous retenons pour l'élaboration de notre outil d'évaluation :

Tableau 1.

Aspects retenus pour les concepts de quantification, de relation d'ordre et de conservation du nombre.

Concept	**Tâches**	**Stratégies**	**Difficultés**
Quantification	* Dénombrement de collections d'objets. * Constitution de collections d'objets. * Reconnaissance de la cardinalité (ajout ou retrait des objets)	* Reconnaissance globale. * Pointage * Énonciation * Regroupement (organisation spatiale) *Recomptage des objets. * Vérification. * Autres stratégies	* De coordination * D'organisation * De mémoire * D'attention * sur-comptage * D'omission * de correspondance terme a terme * Avec les nombres qui comportent plusieurs syllabes.
Relation d'ordre	* Organisation d'une collection d'objets en ordre, décroissant ou croissant. * Énonciation d'une suite nommée des nombres sans contrainte de départ. * Énonciation d'une suite nommée des nombres avec contrainte de départ. * Énonciation d'une suite nommée des nombres en ordre décroissant. * Organisation de la suite : Ce qui vient juste avant___ Ce qui vient juste après___ Ce qui va entre deux nombres donnés. * Comparaison <,>, =	* Comptage sur ses doigts. * Comptage sur chaque point ou chaque jeton, une seule fois. * Énonciation de la suite. * Reconnaissance globale. * Autres stratégies	* De mémoire * D'attention *De maitrise de la suite de nombres et du caractère ordinal * Spatiotemporelle
Conservation du nombre	* Comparaison de deux collections. * Égalisation de deux collections.	* Apparence * Comptage * Correspondance *Comparaison	* D'organisation * De mémoire * De réversibilité * D'attention

Après avoir acquis les concepts de quantification, de relation d'équivalence, de relation d'ordre et de conservation, on pourrait dire que l'enfant développe le concept de nombre, son système et sa représentation symbolique comme tel. Selon Gaudreau (2003), la construction de la structure mentale du nombre requiert du temps et elle s'élabore en trois paliers. Au premier palier, l'élève ne peut pas faire un ensemble de même nombre qu'un premier ensemble donné. Dans le deuxième palier, l'enfant commence à construire la structure logicomathématique du nombre et c'est seulement au dernier palier qu'on peut dire que la structure numérique est assez développée et que l'enfant « dispose maintenant des outils cognitifs lui permettant de s'éloigner de son expérience immédiate, concrète » (Gaudreau, 2003). Voici la représentation schématique (fig. 9) du processus de construction du concept numérique selon Labinowicz (1986) et, dans l'encadré, la partir des schémas exposés dans cet essai.

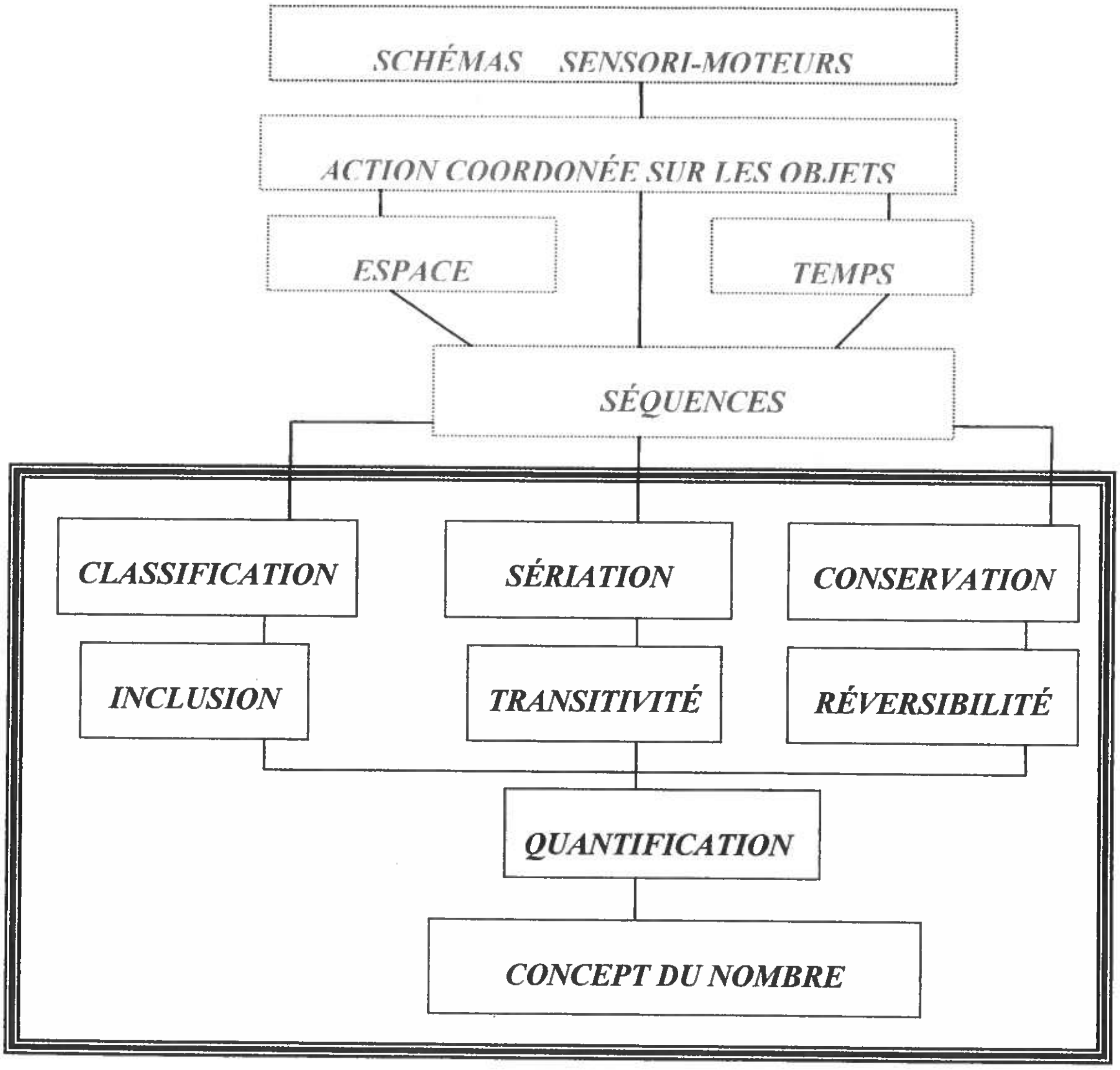


Figure 8 : Modèle de construction du concept du nombre selon Labinowicz (1986), modifié par Polo, LM (1999)

3. SYSTÈME DÉCIMAL DE NUMÉRATION

Le sens du nombre, comme nous avons exposé, est souvent identifié à la capacité de lire, d'écrire les nombres, mais aussi à identifier dans un nombre donnée la valeur de position de chaque chiffre. Cela est un processus que l'enfant construit peu à peu. DeBlois (1999) présente trois systèmes qui doivent être reliés pour que le concept du nombre ait son sens. Un premier système est le système relatif à l'organisation des quantités. Au début, par diverses expériences vécues par l'enfant, il peut reconnaitre l'existence de groupements qu'initialement il nommera « paquets de dix » ou « paquets de cent » ensuite les termes dizaine et centaine seront introduits. Le schéma de conservation permet ici à l'enfant de comprendre que même si l'organisation diffère la quantité ne change pas, de reconnaitre que dix unités c'est la même chose qu'une dizaine ou que dix dizaines c'est la même chose qu'une centaine et de reconnaitre qu'elles sont aussi inclusives. C'est-à-dire que les unités sont dans la dizaine et les unités et les dizaines restent dans la centaine. Cette connaissance resurgit lors du concept de valeur positionnelle et de la recherche de compléments de la dizaine ou de la centaine supérieure. Les élèves doivent alors mettre en jeu les relations intériorisées.

Un deuxième système est celui relatif à nos conventions. Les deux conventions sur lesquelles est fondé notre système sont le groupement de 10 et le changement de valeur d'un chiffre selon sa position, soit la valeur positionnelle (unité, dizaine, centaine, unité de mille...). L'élève qui a conceptualisé la numération décimale comprend les conventions d'un tel positionnement et la représentation numérique des grandes quantités est possible. Selon Kamii (1986) quand nous connaissons mal la valeur de position des chiffres, nous avons un sens du nombre erroné. Le troisième système est le système lié au dénombrement et aux opérations. Nous avons déjà révisé les différents niveaux dans le processus de dénombrement et il est important de souligner que d'abord les enfants comptent sans coordonner l'idée de quantité. C'est en vivant des expériences que l'enfant arrive à coordonner le comptage et les quantités; c'est là que le dénombrement prend tout son sens; et cette coordination favorise la compréhension de la valeur d'un groupe d'objets et la relation d'équivalence (DeBlois, 1999).

Il existe un modèle cognitif, le « *UDSSI Triad Model* » (Fuson, Smith et Lo Cicero, 1997)[24] qui postule un développement linéaire en six conceptions successives que l'enfant élaborerait au cours de l'apprentissage du système en base dix. L'auteur décrit trois modes de représentation du nombre : la représentation quantitative du nombre, la représentation verbale orale et la représentation décimale en chiffres. Selon l'auteur, au cours du développement, l'enfant doit établir les liens de traduction et les liens de structure entre les trois modes de représentation du nombre (voir la fig. 9). Nous définirons brièvement chacun des modes de représentation par la suite. La capacité de dénombrer d'un enfant est fortement liée à la représentation quantitative du nombre et elle évolue d'une représentation unitaire vers une représentation organisée en groupes de dix. Selon le modèle, il existe deux types de liens, les liens de traduction et les liens de structure. Les premiers permettent la traduction (ou la transcodification) d'un mode de représentation du nombre en un autre mode de représentation. C'est-à-dire, lorsque l'élève lit un nombre et se représente le nombre en chiffres ou l'équivalent à la quantité décrite, il réussit à établir une liaison cognitive, entre les deux modalités de représentation du nombre. Quant aux deuxièmes, les liens de structure, ils permettent de différencier chaque partie représentée par les chiffres (unité, dizaine…) et de les relier aux autres modes de représentation.

[24] Nommé par Collet, M. (2003)

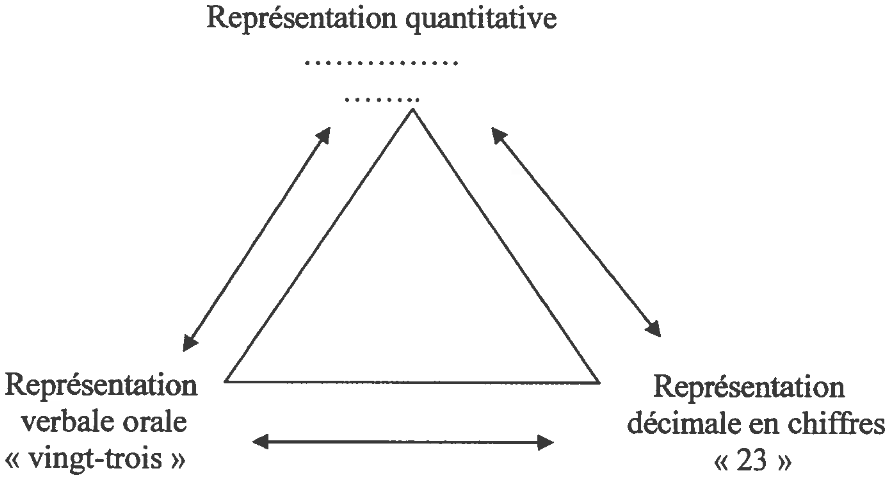


Figure 9 : Les six liens entre les trois modes de représentation du nombre, d'après le « UDSSI Triad Model » de Fuson et al. (1997)

L'établissement du lien de structure entre la représentation quantitative du nombre et la représentation décimale en chiffre est connue comme la valeur positionnelle du nombre selon divers auteurs (Kamii (1989); Miura et Al. (1983); Varela & Becker (1997), cité par Fuson et al. (1997))[25]. Un regard attentif sur les deux types de liens permet de suggérer, selon les auteurs, que le lien de traduction est fortement relié au développement du langage et à l'apprentissage déclaratif, alors que le lien de structure est en rapport avec l'apprentissage procédural, la représentation quantitative du nombre et la représentation décimale en chiffres. C'est-à-dire, à travers de ces deux processus, l'enfant assure l'interdépendance des trois modes de représentation du nombre. Le premier, le lien de traduction, sert à guider l'enfant, à élargir la connaissance verbale et conceptuelle du nombre. Selon Fuson et al. (1997), les liens de traduction sont construits avant les liens de structure.

En ce qui concerne les liens de structure, ils dépendent des habiletés de l'enfant pour reconnaitre la correspondance entre les quantités (groupes d'objets) et l'écriture numérique de la quantité. En addition, l'enfant comprend que la valeur du nombre est différente selon sa position dans le chiffre (valeur positionnelle), aspect tout-à-fait

[25] Cités par Collet, M. (2003)

crucial pour établir des liens de structure entre la représentation quantitative du nombre et la représentation décimale en chiffres. En résumé, le « *UDSSI Triad Model* » (Fuson et al. 1997) propose que l'enfant a un développement linéaire des concepts mathématiques basé sur l'établissement des liens de traduction et de structure entre trois modes de représentation du nombre : la représentation verbale, la représentation écrite en chiffres et la représentation quantitative.

Parmi les stratégies retenues pour ce type de tâches en lien avec le système de numération, se trouvent celles de manipulation, de commencement de la suite de nombres, de dénombrement, de comptage avec les doigts, de représentation graphique, de comparaison, de vérification et de représentation mentale (Poirier, 2001; Bednarz, 1988; Bideaud et al. 1991, Castano, 1991; Polo, 1999; Brissiaud, 1999; Camos, 1999;Collet, 2003). En ce qui concerne les difficultés, nous remarquons celles d'omission d'un chiffre, d'orientation, de valeur positionnelle, de répétition, de segmentation, du système cardinal, de relation d'ordre et d'abstraction (Poirier, 2001; Bideaud et al., 1991, Castano, 1991; Polo, 1999; Brissiaud, 1999; Bednarz, 1988; Camos, 1999; Collet, 2003)

Voici, parmi l'ensemble des tâches, stratégies et difficultés identifiées ci-haut, celles que nous retenons dans chacun des concepts pour l'élaboration de notre outil d'évaluation :

Tableau 2

Aspects retenus dans le concept de nombre naturel.

Concept	Tâches	Stratégies	Difficultés
Nombre naturel	* Lecture et écriture des nombres naturels. * Décomposition des nombres. * Valeur positionnelle. *Recherche de compléments : Compléter à 10 Compléter à la dizaine supérieure. Compléter à 100 ou à la centaine supérieure. Recherche du complément quand il s'agit de 10 ou d'un multiple de 10.	* Commencement de la suite de nombres * Manipulation *Représentation graphique * Comparaison * Vérification * Dénombrement * Utilisation de doigts * Représentation mentale (symbolique) * Autres stratégies	* D'omission * D'orientation * De répétition. * De segmentation. * Avec le système cardinal * De relation d'ordre * Avec la valeur positionnelle * D'abstraction

4. LES OPÉRATIONS NUMÉRIQUES

Les opérations numériques ne sont pas séparées de l'enseignement de la numération, elles font partie intégrante de la démarche de numération. Les opérations numériques représentent symboliquement des états et des actions qui se succèdent dans le temps. Il faut que l'élève sache analyser et verbaliser la suite de faits, laquelle s'appuie sur un ordre spatio-temporel. Une opération se réalise toujours dans un champ spatial interne déterminé. Dans une première étape, la représentation des nombres et les opérations arithmétiques ont un caractère extériorisé, ce qui présuppose le déplacement des éléments énumérés dans un champ spatial externe. Cela devient évident lorsque l'enfant fait les opérations en utilisant ses doigts ou des objets externes à lui. Seulement, avec le temps, ces opérations se transforment en images visuelles qui sont conservées plus tard pour la pensée mathématique abstraite.

Les premières opérations que les enfants utilisent et commencent à développer dans la vie quotidienne même avant d'entrer à l'école sont les opérations de structure additive[26], c'est-à-dire d'addition et de soustraction. Vergnaud et Durand (1976) distinguent trois sens dans la structure additive qui sont travaillés au premier et deuxième cycle du primaire : la réunion, la transformation et la comparaison. Dans le premier sens, il existe une relation statique. L'élève doit trouver soit le total ou la réunion de deux états et la recherche du complément. Par exemple : Isabella a 5 jetons rouges et 7 bleus. Combien de jetons a-t-elle en tout ?

La situation de transformation se caractérise par le déroulement temporel et nous pouvons trouver six types de problèmes :

$$? + b = c, \quad a + ? = c, \quad a + b = ?, \quad ? - b = c, \quad a - ? = c, \quad a - b = ?$$

Par exemple, Isabella a 5 jetons. Miguel lui en donne. Isabella a maintenant 12 jetons. Combien de jetons Miguel lui a-t-il donné?

Le sens de comparaison entre deux états : dans cette catégorie les deux collections ou les deux mesures sont distinctes et la question porte sur un des deux états ou sur la relation. Par exemple :

> Mélanie a 8 jetons. Pierre a 4 jetons. Combien de jetons Mélanie a-t-elle de plus que Pierre ? (la question porte sur la relation.)
>
> Mélanie a 8 jetons. Elle a 4 jetons de moins que Pierre. Combien de jetons Pierre a-t-il ? (la question porte sur un des états.)

Ce troisième sens (comparaison) peut aussi se décliner en six types de problèmes tel que vus précédemment. Les stratégies les plus fréquentes chez les élèves sont celles de dénombrement, comptage continu, comptage, comptage à rebours, rappel direct,

[26] Par structure additive, on entend des problèmes faisant appel à une addition ou à une soustraction. (Poirier;2001, p. 51) L'addition et la soustraction constituent une seule et même structure.

rappel direct du complément, jumelés de comptage, représentation concrète, représentation graphique, addition des dizaines puis addition des unités et combinaison, addition des dizaines, puis addition des unités et soustraction des dizaines puis des unités (Poirier, 2001; Nantais, 1991; de Kee, 1997; Bideaud, 1991; Fisher, 1999; Castano, 1991; Polo, 1999; Kamii 2001; Butlen et Charles-Pézard, 2007; Bednarz, 1985; Duquesne, 1999; DeBlois, 1999). Parmi les difficultés soulignées dans la littérature et celles que nous remarquons lors du travail avec les élèves, nous trouvons: la difficulté liée à la valeur positionnelle, la compréhension du sens de l'opération arithmétique à effectuer, le rôle du zéro, la transcription de l'écriture couchée à l'écriture débout, le sens de la retenue et son application, la notion de regroupement, les erreurs de calcul mental, le sens de l'emprunt, la conception de chaque nombre globalement et la connaissance de la valeur de chaque chiffre, perception de l'équivalence et des écritures décomposées lorsqu'on va emprunter (Poirier, 2001; Nantais, 1991; de Kee, 1997; Bideaud, 1991; Fisher, 1999; Castano, 1991; Polo, 1999; Kamii 2001, 2003; Butlen et Charles-Pézard, 2007; Bednarz, 1985; Duquesne, 1999; DeBlois, 1999).

En ce qui concerne la structure multiplicative, il est fréquent qu'elle soit traitée comme une addition répétée. Par contre, ce n'est pas le seul sens qu'elle engendre. Il existe cinq sens différents de multiplication : l'addition répétée, le produit cartésien ou la combinaison, la comparaison multiplicative, la disposition rectangulaire et l'aire et le volume (Poirier, 2001). Ce dernier est travaillé au troisième cycle du primaire, alors nous ne l'approfondirons pas. Comme nous avons mentionné, le sens de l'addition répétée est le plus privilégié pour enseigner la multiplication. Les élèves peuvent recourir à des objets comme les réglettes de Cuisenaire[27] pour résoudre ce type de problèmes. Par exemple, l'élève peut trouver l'égalité de 3 x 2 en manipulant

[27] Les réglettes Cuisenaire présentent une structure parfaitement isomorphe à la numération et permettent de concrétiser les calculs élémentaires. En manipulant ces réglettes, les mémoires kinesthésiques et procédurales soutiennent une abstraction qui peut conduire à la conceptualisation. La pédagogie est basée sur la réalisation concrète d'une opération suivie immédiatement de son écriture. Ainsi une articulation continue s'instaure entre concret et symbolique. (De Ridder, M.; 1998)

les réglettes et il trouvera que 3 réglettes rouges font 6, que 2 réglettes vertes font 6 ou que 6 réglettes de 1 font également 6. Cependant, cela peut être problématique lors du passage aux nombres rationnels.

Le sens du produit cartésien ou la combinaison permet de voir la multiplication comme le cardinal du produit cartésien de deux ensembles. Les élèves doivent trouver le nombre de combinaison possibles et ils peuvent recourir à la manipulation, aux dessins ou au tableau à double entrée.

Dans le sens de la comparaison multiplicative, les élèves doivent différencier les expressions « n fois plus » et « n fois mois » pour ne pas les confondre avec la structure additive.

Finalement, le sens mettant en évidence une disposition rectangulaire permet aux élèves de comprendre la place de facteurs et les tables de multiplication, la décomposition de nombre et les différentes équivalences. Le but principal n'est pas que l'élève connaisse par cœur les tables de multiplication mais qu'il comprenne le sens de l'opération et les règles ou les propriétés mises en jeu.

Le sens de partage et celui de groupement sont les deux sens principaux qui caractérisent la division. Dans le premier, s'agit de partager également un ensemble d'objets entre un nombre donné de groupes ou de personnes. Dans le deuxième, au contraire, l'élève connait le nombre total d'objets et le nombre d'objets à partager entre chacun, il s'agit de chercher le nombre de groupements à faire. (Poirier; 2001)

Dans les procédures de résolution de multiplication et division, les élèves recourent au début, au matériel concret, au dessin ou à la polycopie, au dénombrement en faisant la répartition et le groupement de façon manuelle, au comptage par bonds, à la partition, au rappel direct de tables, à l'addition répétée ou la soustraction successive lorsque les données incluent des petits nombres (Poirier, 2001; Nantais, 1991, 1993; Nantais, Francavilla, Biron,1994; Butlen et Charles-Pézard, 2007; Kamii, 1996, 2001; De Kee, 1996; Polo, 1999). Toutefois, ces stratégies deviennent coûteuses quand les nombres à traiter sont plus grands et la pertinence de l'algorithme devient alors douteuse. Nous pouvons trouver diverses difficultés rattachées à l'apprentissage de ces deux algorithmes (la multiplication et la division) comme celles du sens de la multiplication, la relation avec la numération positionnelle, le nombre de chiffres au multiplicateur, le nombre de chiffres au diviseur, la retenue, le multiplicateur à deux chiffres, le rôle du zéro, la transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout entre autres (Nantais, 1991), la décomposition du nombre, la confusion dans les étapes à suivre, la valeur positionnelle, l'absence de conception globale du diviseur, le sens du reste, des erreurs de calcul mental et la maitrise des relations spatiales car l'algorithme de la division est le seul qui s'effectue de gauche à droite (Poirier, 2001; Nantais, 1991, 1993; Nantais et al. 1994; Butlen et Charles-Pézard, 2007; Kamii, 1996, 2001; De Kee, 1996; Polo, 1999).

Voici deux exemples d'erreurs trouvées lors de la résolution de multiplications et de divisions:

a) Le sens de la retenue	b) Le rôle du zéro	c) Le sens du reste
15 x 7 7 5	246 x 80 1968	873 5 -5 1743 r 3 37 - 35 23 - 20 3

Fig. 10 : Exemples des erreurs trouvées lors de la résolution des multiplications et divisions

Dans l'exemple a) l'élève ignore la retenue, dans l'exemple b) l'élève ignore le 0 et multiplie comme avec un seul chiffre et dans l'exemple c) l'élève ajoute un autre chiffre correspondant à la valeur du reste. Les erreurs de calcul mental ne sont pas considérées comme des erreurs reliées directement à l'algorithme car un élève peut maitriser un algorithme et le sens de l'opération et avoir une mauvaise réponse à cause d'un calcul mental. Au départ, il est recommandable que l'élève travaille au début avec ses tables. Voici ce que nous retenons pour l'élaboration de notre outil d'évaluation :[28]

Tableau 3

Aspects retenus pour les concepts d'addition, soustraction, multiplication et division.

Concept	**Tâches**	**Stratégies**	**Difficultés**
Structure additive : Addition	* Opération sans retenue * Opération avec retenue * Recherche de l'un des termes de la somme. * Recherche des deux termes de la somme.	* Dénombrement * Comptage continu * Comptage * Rappel direct * Jumelage de comptage * Représentation concrète * Représentation graphique * Addition des dizaines, des unités et combinaison. * Addition des dizaines, puis addition des unités.	*Avec la relation avec la numération positionnelle. * Liées avec la compréhension du sens de l'opération arithmétique à effectuer. * Avec le rôle du zéro. * De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * Avec le sens de la retenue et de son application. * Liée à la notion de regroupement. * De calcul mental.
Structure additive : Soustraction	* Opération sans emprunt * Opération avec emprunt * Recherche de l'un des termes de la différence. * Recherche des deux termes de la différence.	* Dénombrement * Comptage continu * Comptage * Comptage à rebours * Rappel direct * Rappel direct du complément *Jumelage de comptage *Représentation concrète *Représentation	* De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * À concevoir chaque nombre globalement et connaitre la valeur de chaque chiffre. * Avec la numération positionnelle. * Du sens de l'emprunt. * À percevoir l'équivalence des écritures décomposées

[28] Les différents sens des opérations mentionnés dans cette section ne sont pas repris ici dans le tableau synthèse car ils ont plutôt été considérés lors des mises en contextes de l'outil d'évaluation.

		graphique * Soustraction des dizaines, puis soustraction des unités.	lorsqu'on va emprunter. * Avec le rôle du zéro dans l'emprunt. * De calcul mental
Structure multiplicative : Multiplication	* Opération sans retenue * Opération avec retenue * Opération dont le multiplicateur a deux chiffres et plus * Recherche du produit. * Recherche de l'un des facteurs. Recherche des deux facteurs du produit.	* Dénombrement (groupement) * Addition répétée * Partition (par dizaines, par centaines et par unités) * Maitrise des tables (Rappel direct des tables) *Maitrise de l'algorithme. *Représentation concrète *Représentation graphique (disposition rectangulaire) * Polycopie * Comptage par bonds * Comparaison	* Avec le sens de la multiplication * Avec la numération positionnelle. * Avec le nombre de chiffres au multiplicateur. * Avec le rôle du zéro * De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * Avec la multiplication ayant une retenue. * De calcul mental
Structure multiplicative : Division	* Opération avec un diviseur à un chiffre * Opération avec un diviseur à deux chiffres et plus * Recherche de multiples et diviseurs.	* Dénombrement (répartition) * Représentation concrète * Représentation graphique * Polycopie * Addition ou soustraction successives. * Distribution. * Maitrise de l'opération. *Maitrise de l'algorithme.	* À voir le nombre global qui doit être divisé. * Avec les étapes à suivre. * À concevoir le diviseur globalement. * À maitriser les autres opérations arithmétiques. * Avec le rôle du zéro. * Avec le sens spatial à suivre. * Avec le sens du reste qui n'a pas été acquis. * Avec la numération positionnelle et la décomposition des nombres. * De calcul mental

5. LES NOMBRES DÉCIMAUX ET LES OPÉRATIONS

En ce qui concerne les nombres décimaux, il est important de mentionner qu'ils jouent un rôle important lorsqu'on travaille les mesures. Ces nombres diffèrent des nombres naturels car l'idée de successeur n'a pas de sens et ils n'ont pas un nombre fini. C'est-à-dire, nous pouvons compter une séquence x de nombres naturels mais nous ne pouvons faire le même exercice aves les décimaux et nous pouvons identifier les nombres existants entre deux naturels, mais pas entre deux décimaux. Poirier (2001) nomme cette propriété «la densité» des nombres décimaux, que n'ont pas les nombres naturels. Alors, les règles de comparaison[29] et de fonctionnement changent. Par exemple, on compare les deux parties entières en premier, ensuite chaque chiffre des parties décimales à partir des dixièmes. De plus, le fait que l'écriture d'un nombre présente la plus longue partie décimale ne signifie pas que le nombre soit le plus grand, par exemple, 4,58 > 4,476. Selon Van de Walle et Lovin (2008), lorsque les élèves déterminent le plus grand nombre décimal dans une liste donnée, une des erreurs les plus fréquentes est celle de choisir le nombre comportant le plus de chiffres car ils appliquent aux décimales leurs idées qui concernent les nombres entiers. Les élèves font appel aux stratégies de représentation graphique, comparaison, vérification entre autres (Van de Walle et Lovin, 2008; Poirier, 2001; Brousseau, 1983).

Parmi les difficultés qu'éprouvent les élèves, nous soulignons la tendance à considérer qu'un nombre décimal est constitué de deux nombres entiers séparés par une virgule. Cela peut être induit ou renforcé par la lecture usuelle des nombres, deux virgule vingt-cinq (2,25), plutôt que deux et vingt-cinq centièmes. Cependant, nous devons faire attention à cet aspect car il n'est pas réciproque, ce n'est pas parce qu'ils lisent 2 virgule 25 qu'ils ne comprennent pas ce concept. Nous devons explorer d'autres aspects. Il est important de clarifier « le rôle de la virgule décimale qui est

---

[29] La comparaison des nombres décimaux se travaille à la fin du troisième cycle du primaire, pour cette raison elle n'a pas été prise en compte dans l'outil.

donc celui d'indiquer la position des unités, en ce sens qu'elle se situe immédiatement à droite de cette position » (Van de Walle et Lovin; 2008).

Une autre difficulté éprouvée survient lorsqu'on compare les parties décimales comme des nombres entiers, par exemple 6,7 < 6,62 parce que 62 est plus grand que 7, alors comme 6,62 contient plus de chiffres après la virgule, il est plus grand. Lors de calculs avec des nombres décimaux, plusieurs erreurs sont liées au fait que les élèves appliquent les mêmes règles qu'avec des nombres naturels, par exemple en alignant vers la droite sans tenir compte de la virgule ou en additionnant ou en soustrayant séparément les partie entières et les parties décimales. Donc, une bonne maitrise de la valeur positionnelle s'impose lors de la compréhension de l'écriture à virgule et de l'application d'algorithmes. Bref, des principales difficultés attachées aux nombre décimaux, nous retenons celles liées au sens de l'écriture avec virgule, celles liées à la comparaison des nombres décimaux et en particulier la tendance à appliquer les mêmes pratiques que pour les entiers (Van de Walle et Lovin, 2008; Poirier, 2001; Brousseau, 1983). Nous pourrons aussi signaler des erreurs que nous avons repérées lors de la réalisation des additions et des soustractions de nombres naturels. Voici ce que nous retenons pour l'élaboration de notre outil d'évaluation :

Tableau 4
Aspects retenus pour le concept de nombre décimal

Concept	**Tâches**	**Stratégies**	**Difficultés**
Nombres décimaux	* Lecture et écriture des décimales. * Addition de nombres décimaux. * Soustraction de nombres décimaux.	*Représentation graphique * Comparaison * Vérification * Addition des dizaines, addition des unités et combinaison. * Addition des dizaines, puis addition des unités. * Soustraction des dizaines, puis	* D'omission * D'orientation * De position et d'identification dans la pile. * De répétition. * De segmentation. * De relation avec la numération positionnelle. * De compréhension du sens de l'opération

		soustraction des unités. * Autres stratégies	arithmétique à effectuer. * Avec le rôle du zéro. * Avec la transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * Avec le sens de la retenue et de son application. * Avec la notion de regroupement. * De considérer le nombre décimal comme deux nombres entiers séparés par une virgule(le sens de l'écriture à virgule). * Liées à la comparaison des parties décimales comme des nombres entiers. * De calcul mental.

6. LA MISE EN CONTEXTE DE CES NOMBRES ET DES OPÉRATIONS ASSOCIÉES

Dans la résolution des problèmes mathématiques[30] on distingue deux processus qui quoique liés, sont différents. Le premier fait référence à la façon dont l'élève se représente le problème et le deuxième est la démarche qu'il suit pour le résoudre. Selon Poirier (2001) les élèves peuvent se représenter un problème de différentes façons, cela obéit à la formulation linguistique et au niveau d'organisation de la pensée.

[30] Notons que la résolution de problèmes est ici considérée comme une composante importante du développement du concept du nombre. Par contre, étant donné qu'il ne s'agit pas directement du contenu mathématique visé par cet essai, nous n'entrerons pas dans une description très détaillée de ce volet. La résolution de problèmes constitue, en soi, un sujet pouvant faire l'objet d'un essai en entier.

Au début, il est habituel que les élèves recourent au dénombrement pour trouver le résultat d'un problème. Lorsqu'il s'agit de petits nombres, ils s'aident des doigts, des jetons, des cubes ou de dessins etc. Les chercheurs nomment ce niveau : modélisation ou simulation du problème.

Plus tard, les élèves recourent à d'autres stratégies comme les procédures de dénombrement abrégées et les procédures basées sur la connaissance des tables (Poirier, 2001). Dans les procédures de dénombrement abrégées, les élèves font appel aux doigts et à la connaissance de la comptine numérique. Donc, ils partent d'un nombre donné et récitent la comptine, soit en avançant ou à rebours ou complètent à la dizaine. Dans la dernière stratégie les élèves font appel à la connaissance et aux habilités de calcul développées. Cependant, au moment d'additionner ou de soustraire de grands nombres il faut recourir aux algorithmes[31]ou aux techniques que les élèves ont construites pour trouver le bon résultat.

Quand les élèves n'ont pas acquis les connaissances préalables nous pouvons trouver des difficultés liées à la numération positionnelle, à la compréhension du sens de l'opération à effectuer, au rôle du zéro dans l'opération, à l'organisation spatiale des nombres, à la transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout et au sens de la retenue entre autres. Par exemple, le procédé de l'emprunt dans la soustraction exige de l'élève la compréhension du lien entre unités et dizaines, entre dizaines et centaines, etc.

Pour la plupart des élèves le mot "problème" est associé à l'idée de nombre, d'opération, mais pas à la recherche; pour eux résoudre un problème n'est pas réfléchir sur les actions mais plutôt combiner des nombres sans savoir comment et pourquoi. Donc, on peut le constater, au moment de formuler un problème à l'élève, immédiatement il aligne les chiffres sans savoir ce qu'il doit faire en demandant

---

[31] Nantais (1991) le définit comme l'ensemble de procédures ou d'étapes ou d'actions ordonnées permettant d'arriver efficacement à un résultat.

« c'est une addition? », « Faut-il faire un «fois» ? ». De même la façon, lorsqu'on demande de créer un problème x, ils ont de la difficulté à le conceptualiser. La résolution de problèmes met en jeu la signification des opérations et leur réversibilité, c'est-à-dire que l'élève évoque les notions apprises et les met en jeu par son raisonnement.

Bref, l'élève dans cette étape doit mobiliser les concepts et les processus pertinents et établir des liens. Lors de la démarche de la mise en contexte nous pourrons constater si l'élève s'approprie le langage mathématique, s'il a intériorisé le sens des différents concepts et s'il est capable de les mettre en relation. D'ailleurs, cela aidera à l'élève à développer des compétences transversales. « L'apprentissage du raisonnement en mathématique et l'appropriation des concepts et des processus requis, comme tous les autres apprentissages au primaire, seront d'autant plus faciles et riches que les mises en situation pédagogiques seront concrètes ou accessibles » (MELS; 2001, p. 129).

Voici ce que nous retenons pour l'élaboration de notre outil d'évaluation en ce qui concerne à la mise en contexte :

Tableau 5
Aspects retenus pour la mise en contexte des nombres naturels et des opérations associés.

Concept	Tâches	Stratégies	Difficultés
Mise en contexte de ces nombres et des opérations associés	* Complétion des problèmes avec les mots....,il faut_____ Je vais____ * Composition d'un problème où il faut faire une addition (soustraction, multiplication, division). * Complétion d'un énoncé avec les données numériques. * Formulation la question de l'énoncé.	* Représentation concrète * Représentation graphique * Dénombrement * dénombrement abrégées * Utilisation des doigts. * Connaissances des tables. * Décomposition du problème. * Énonciation verbale du	* Avec les concepts d'addition, soustraction, multiplication et division. * D'abstraction (transformation de l'énonce en langage mathématique) * De calcul mental * Avec la numération positionnelle. * De compréhension du sens de l'opération * Avec le rôle du zéro

	* Formulation d'un énoncé à partir des données numériques. * Énonciation de problèmes sans données numériques.	problème. * Représentation mentale *Questionnement lié au problème.	* Avec l'organisation spatiale des nombres * Avec le sens de la retenue * Avec la transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout.

7. CONCLUSION

Plusieurs élèves ne réussissent pas à accéder à cette pensée mathématique, ce qui emmène des problèmes scolaires qui, s'ils ne sont pas surmontés, peuvent affecter plus que leur rendement scolaire. En effet, l'élève qui a accumulé plusieurs échecs en mathématiques et qui a peur du calcul doit être aidé pédagogiquement par de nouveaux aspects choisis pour lui, différents de ceux qui sont utilisés en classe. L'enseignant doit concevoir l'erreur plus comme un reflet d'une incompréhension de la part de l'élève que comme la marque d'un échec (DeBlois, Squalli; 2002). Cela permet de travailler autrement et les élèves n'auront plus peur de se tromper car l'erreur est prise comme une occasion de poursuivre le développement de la compréhension de concepts mathématiques chez l'élève. Il est important de mener l'élève à verbaliser les opérations mathématiques, les transformer en tâches verbales favorisant la compréhension et l'apprentissage. Par ailleurs, nous pensons qu'il est nécessaire de travailler simultanément dans les différents systèmes conceptuels de façon à ce que les élaborations atteintes par les élèves dans un système se reportent dans d'autres.

Bref, le sens du nombre commence à se construire avant que l'enfant ne soit scolarisé et continue son développement jusqu'aux niveaux avancés. L'outil d'évaluation qui sera proposé se centre sur une partie cruciale de cette conceptualisation, car les apprentissages qui y sont reliés seront la base du parcours scolaire et de la réussite des élèves. Les balises décrites dans le cadre nous permettront d'élaborer un outil mettant en évidence les processus cognitifs,[32] les stratégies et les difficultés chez les élèves des premier et deuxième cycles du primaire. Pour arriver à notre but nous nous posons comme objectif général de recherche:

Élaborer un outil d'évaluation diagnostique qui permet de connaitre les processus cognitifs, les stratégies et les difficultés chez les élèves des 1er et 2ème cycles du primaire lors de la conceptualisation du sens du nombre.

Et deux objectifs spécifiques qui le sous-tendent :

- Mettre en évidence les stratégies et les difficultés impliquées dans le concept du nombre chez les élèves des premier et deuxième cycles du primaire.
- Cibler les composantes pertinentes pour un outil qui évalue la conceptualisation numérique des quatre premières années du primaire dans une perspective constructiviste, en tenant compte des avantages et des limites des outils d'évaluation déjà existants.

Notre cadre conceptuel nous a permis de répondre au premier sous-objectif, il nous reste à préciser dans la méthodologie comment tout ceci pourra être opérationnalisé dans l'élaboration de l'outil :

- Comment élaborer un outil nous permettant de tenir compte de façon explicite des processus, stratégies et difficultés des élèves ?

---

[32] Selon les apports de la psychologie génétique les processus cognitifs sont les différents modes à travers lesquels le cerveau humain traite l'information en y répondant par une action. Ces processus utilisent deux mécanismes fondamentaux : assimilation et accommodation, lesquels favorisent le développement et le fonctionnement cognitive chez l'être humain. (Piaget; 1998)

Le deuxième sous-objectif sera traité par le biais des choix méthodologiques décrits dans le prochain chapitre en lien avec l'analyse des outils d'évaluation déjà existants et des éléments exposés dans le cadre conceptuel.

- Quel seront les choix méthodologiques, pour l'élaboration de l'outil, mettant en évidence notre perspective constructiviste et les avantages et limites des outils d'évaluation déjà existants ?

TROISIÈME CHAPITRE

MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE

La méthodologie retenue pour cet essai comporte trois étapes qui illustrent, chronologiquement, la démarche qui a été entreprise pour obtenir des pistes de réponses à nos questions et objectifs de recherche.

Nous avons conservé parmi les essais professionnels celui de production de matériel pédagogique ou didactique qui comprend l'élaboration et/ou la modification du matériel pédagogique, puisque l'objectif ciblé est d'élaborer un outil d'évaluation.

En ce qui concerne l'objectif qui vise les composantes pertinentes pour un outil qui évalue la conceptualisation numérique des quatre premières années du primaire dans une perspective constructiviste, nous allons expliquer la démarche retenue.

1. CHOIX DU CONTENU VISÉ PAR L'OUTIL

Premièrement, étant donné que nous nous intéressons à l'acquisition du sens du nombre des élèves des premier et deuxième cycles, il était essentiel de porter notre regard vers la deuxième compétence du programme du ministère (MELS), soit *raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques*. Plus spécifiquement à l'intérieur de cette compétence, l'outil d'évaluation à élaborer devrait porter sur les éléments clés des acquisitions arithmétiques des cycles visés. Parmi ces concepts clés du programme du ministère (2009), nous soulignons de façon générale le concept du nombre (incluant les nombres naturels et les nombres décimaux) et la résolution de problèmes (partiellement). Les concepts clés se traduisent plus spécifiquement selon notre cadre conceptuel en éléments principaux : quantification, relation d'ordre, conservation du nombre, nombres naturels, addition, soustraction, multiplication, division et mise en contexte de ces nombres et des opérations associées. L'outil va reprendre ces éléments en proposant des tâches ciblées par notre cadre conceptuel pour chacun d'entre eux. Ainsi, nous nous assurons que l'outil couvrira bien les quatre premières années d'apprentissage numérique et donc ira plus loin que les outils existants inspirés de la perspective constructiviste.

2. CHOIX DES COMPOSANTES DE L'OUTIL

Après avoir fait une recension des écrits concernant la construction du nombre chez l'enfant et en avoir identifié les principales composantes, nous avons choisi les outils d'évaluation les plus connus et les plus utilisés par les enseignants et orthopédagogues dans les milieux scolaires du Québec. Parmi ceux-ci, se trouvent le Key-Math, l'UND 2, les épreuves sommatives en mathématique de la commission scolaire de Brossard, les tests diagnostiques de la commission scolaire Le Gardeur, un outil pour l'évaluation et la prévention au niveau préscolaire de la commission scolaire Jacques-Cartier, « En passant par les nombres », l'Épreuve Conceptuelle de résolution de Problèmes Numériques (ECPN) et les mini-entrevues.

Par ailleurs, en accord avec le cadre conceptuel qui repose sur la construction du nombre soutenue d'une approche constructiviste, nous ciblons les principales composantes à évaluer de cette construction, puis nous prenons en compte les stratégies utilisées par l'élève et des difficultés trouvées dans chacune des composantes.

Dans cet ordre d'idées, nous présenterons ce qui concerne le premier objectif, celui de mettre en évidence les processus, les stratégies et les difficultés impliqués dans le concept du nombre chez l'élève des premier et deuxième cycles du primaire.

Lors de l'élaboration de chacun des items de l'outil nous nous inspirerons de notre cadre conceptuel ainsi que de notre expérience pédagogique, comme orthopédagogue, auprès des élèves en difficulté en mathématiques. Nous reprendrons les tableaux synthèses réalisés dans le cadre conceptuel et nous les adapterons à la question spécifique posée. Ainsi l'intervenant aura en sa possession, de façon explicite, les processus, stratégies et difficultés et pourra les cocher durant la passation pour mieux élaborer le programme d'intervention adéquat. Par ailleurs, le fait que l'élève ait du matériel accessible pour répondre aux questions lui permettra de recourir à plusieurs façons d'y répondre et nous pourrions dévoiler les stratégies les plus utilisées.

Dans cette étape, nous tenons compte également des forces des outils d'évaluation révisés et nous reprenons quelques modèles de questions que nous avons trouvées intéressantes. Nous privilégions ceux qui ont un fondement constructiviste comme « l'outil pour l'évaluation et la prévention, niveau préscolaire 5 ans » de l'ancienne commission scolaire Jacques-Cartier, « En passant par les nombres » et l'UND-II qui évaluent et analysent les comportements observés et les raisonnements verbalisés lors de la réalisation des tâches demandées et priorisent l'entrevue clinique comme méthode de passation afin de favoriser les interactions entre l'évaluateur et l'élève et de dégager les raisonnements de ce dernier plutôt que de les comparer normativement en termes de bonne ou de mauvaise réponse.

3. CHOIX DU FORMAT DE L'OUTIL

L'outil sera divisé en deux cahiers, un cahier de l'évaluateur qui explique clairement les buts, la façon d'évaluer, le déroulement de chaque item, le matériel à utiliser ainsi que les stratégies et les difficultés que nous pouvons observer lors de la résolution de chaque item par l'élève. Des grilles de compilation seront également incluses dans le cahier pour faciliter la tâche de l'intervenant. Un autre cahier sera élaboré pour que l'élève puisse répondre aux items et pour que nous puissions voir les traces laissées lors du raisonnement.

D'autre part, le cadre théorique repris tout au long de cet essai, basé sur une approche constructiviste, privilégie des questions présentées sous forme de courte entrevue, entre autres, où il s'agit de faire sentir à l'élève que toutes ses réponses sont acceptées et de donner la possibilité à l'élève d'exprimer dans ses propres mots, sa compréhension de la tâche. Exemple de questions :

> Sur une table, posez environ 20 bâtons. Demandez à l'élève de les compter. Question : Combien d'objets y a-t-il sur la table? Comment le sais- tu?
>
> Tu connais le prix du loyer de chaque mois. Comment peux-tu trouver le prix du loyer pour une année?

4. CHOIX DU MATÉRIEL POUR L'OUTIL

En ce qui concerne le matériel, nous mettrons à disposition de l'élève du matériel concret comme des bâtons, des jetons et des réglettes de Cuisenaire, des fiches de nombre en carton et des dominos entre autres. Nous tiendrons compte, lors de l'élaboration de l'outil, des trois niveaux de représentation, concrète, imagée et symbolique pour que l'élève ait un éventail de possibilités pour répondre aux questions. Alors, l'accès au matériel et la manipulation aideraient et favoriseraient chez les élèves en difficulté la résolution des items à résoudre. En tant qu'enseignante, nous reconnaissons le rôle prépondérant que joue le matériel de manipulation lors de l'enseignement des mathématiques et de la construction des concepts. Pour cette raison, une des caractéristiques de l'outil d'évaluation sera la mise à la disposition de l'élève, du matériel de manipulation. De plus, l'exploitation de ce matériel sera précisée pour l'intervenant selon des items ciblés.

5. PRÉ-EXPÉRIMENTATION DE L'OUTIL

L'outil sera testé à cette étape. Il sera appliqué par des étudiantes de deuxième, troisième et quatrième année du BASS à une élève du primaire à la clinique Pierre-H.-Ruel. Chaque étudiante aura son rôle (évaluatrice, observatrice dans la salle d'évaluation avec l'élève et observatrice à l'extérieur de la caméra de Gesell). La séance sera enregistrée afin d'en permettre l'analyse et nous ferons le retour avec les étudiantes, de cette première application de l'outil. Après cette expérimentation, nous réaliserons des modifications afin de clarifier certaines questions, consignes ou ajuster le matériel de l'outil.[33]

6. REGARD CRITIQUE DE L'OUTIL

Par la suite, dans une troisième étape, qui porte sur le regard critique de l'outil d'évaluation, nous ferons faire la critique de l'outil par deux pairs (deux orthopédagogues) auprès des élèves en difficulté autant au primaire qu'au secondaire.[34] Cela aura pour but d'explorer la validité[35] interne et de concept ou de contenu, c'est-à-dire savoir à quel point le contenu et la formulation des items portent bien sur le concept visé et si ce dernier est bien représenté (Bouchard et Cyr, 2005). D'un autre côté, nous chercherons à faire ressortir les forces et les limites de l'outil présenté.

Chacune de ces étapes précisera le contenu visé, la démarche méthodologique employée ainsi que les composantes en lien avec les questions de recherche.

---

[33] Cela fait partie du processus de validité de contenu qui porte sur la qualité des questions ou des items (Bouchard et Cyr; 2005) et celui de cohérence interne, c'est-à-dire le fait de vérifier que toutes les questions vont dans le même sens.

[34] Une de ces orthopédagogues travaille dans une école primaire de la CSRS et l'autre dans un centre privé, auprès des élèves du primaire et du secondaire.

[35] La validité d'un instrument fait référence à la capacité à bien mesurer ce qu'il doit mesurer (Bouchard et Cyr; 2005)

QUATRIÈME CHAPITRE

RÉSULTATS

Les résultats de ce travail se présenteront en deux parties, selon les choix méthodologiques que nous avons visés. En premier lieu, l'outil d'évaluation et les choix réalisés en ce qui a trait au contenu, aux composantes, au format et au matériel seront exposés. D'autre part, nous ferons état du mode d'exploitation, du résultat de la pré-expérimentation faite par les étudiantes du BASS et du regard critique des pairs.

1. PRÉSENTATION DE L'OUTIL

L'outil diagnostique d'évaluation du sens du nombre conçu (voir l'annexe A et l'annexe B)[36], cherche à prendre connaissance des stratégies et des difficultés des élèves des 1er et 2ème cycles de l'école primaire, afin d'évaluer leurs processus d'apprentissage, d'identifier leurs faiblesses, leurs forces et de mieux intervenir auprès des élèves en difficulté au plan des mathématique. Il évalue les concepts de quantification, relations d'ordre, sens du nombre, conservation du nombre, addition, soustraction, multiplication, division et finalement, la mise en contexte et les opérations associées.

Après la révision théorique et la recension des outils, nous avons gardé 7 composantes[37] pour évaluer le sens du nombre. Un item est prévu pour chacun des

[36] La version présentée est celle révisée suite à la pré-expérimentation.
[37] Dans les outils d'évaluation recensés nous avons trouvé en général les mêmes composantes mais d'une façon éparpillée et insuffisamment approfondies. La manière de les évaluer était différente et quelques-uns ne suivaient pas le paradigme dans lequel nous nous encadrons. Aucun des outils n'englobait la totalité des composantes que nous avons dans notre outil.

éléments de contenu de la composante. Nous énoncerons le contenu retenu pour chaque composante[38] :

- Quantification : dénombrement de collections d'objets, constitution de collections d'objets, reconnaissance de la cardinalité.
- Relation d'ordre : organiser une collection d'objets en ordre décroissant ou croissant, suite nommée des nombres sans contrainte de départ, suite nommée des nombres avec contrainte de départ, suite nommée des nombres en ordre croissant et décroissant, les notions d'avant, d'après et d'entre, comparaison des nombres.
- Conservation du nombre : comparaison de deux collections, rendre deux collections égales.
- Concept du nombre naturel : lecture et écriture des nombres naturels, décomposition des nombres, valeur positionnelle, recherche de compléments : compléter à 10, compléter à la dizaine supérieure, compléter à 100 ou à la centaine supérieure, recherche du complément quand il s'agit de 10 ou d'un multiple de 10.
- Concept de nombres décimaux : Lecture et écriture des décimales, addition de nombres décimaux, soustraction de nombres décimaux.
- Structure additive (addition et soustraction) : opération sans retenue, opération avec retenue, recherche de l'un des termes de la somme, recherche des deux termes de la somme, * Opération sans emprunt, opération avec emprunt, recherche de l'un des termes de la différence, recherche des deux termes de la différence.
- Structure multiplicative (multiplication et division) : opération sans retenue, opération avec retenue, opération dont le multiplicateur à deux chiffres et plus, recherche du produit, recherche de l'un des facteurs, recherche des

[38] Nous avons gardé de façon générale le contenu visé dans le programme du ministère (MELS).

deux facteurs du produit, opération avec un diviseur à un chiffre, opération avec un diviseur à deux chiffres et plus, recherche de multiples et diviseurs.

- Mise en contexte et opérations associées : complétion des problèmes avec les mots…., il faut_____ je vais ____, composition d'un problème où il faut faire une addition (soustraction, multiplication, division), complétion d'un énoncé avec les données numériques, formulation la question de l'énoncé, formulation d'un énoncé à partir des données numériques, énonciation de problèmes sans données numériques.

En ce qui concerne le format de l'outil, nous avons élaboré un cahier guide pour l'évaluateur et un petit cahier pour conserver les traces de la réflexion de l'élève lors de la séance d'évaluation. Le cahier guide expose l'objectif de l'outil, donne des consignes et des indices à retenir lors de l'administration de l'outil. Nous y expliquons le déroulement de chaque question, le matériel à utiliser, le concept évalué, les stratégies possibles et les difficultés que l'évaluateur peut repérer. Par exemple :

Item 2.1 Organisez une collection d'objets en ordre décroissant ou croissant

Matériel : 1 ensemble de réglettes de Cuisenaire (une de chaque couleur).

☺ Demandez à l'élève d'organiser 10 réglettes de Cuisenaire (une de chaque couleur) en ordre croissant puis en ordre décroissant.

Consigne :
*** Organise les réglettes de la plus petite à la plus grande.**
*** Organise les réglettes de la plus grande à la plus petite.**

☺ Demandez à l'élève de fermer les yeux et enlevez la réglette verte en rapprochant les autres. Demandez-lui de la remettre à la bonne place.

Question :
Peux-tu mettre cette réglette à la bonne place?

Concept	Stratégies	Difficultés
Relation d'ordre	* Reconnaissance globale. * Comparaison. * Vérification. * Autres stratégies	* Coordination * Organisation * Mémoire * Attention * Spatiotemporelle * Autres difficultés

Figure 11 : Exemple de question de l'outil élaboré.

La figure 11 montre un exemple de question de l'outil élaboré que l'évaluateur trouvera dans son cahier. L'item énonce la tâche à évaluer et le matériel dont l'évaluateur va avoir besoin. Le bonhomme sourire exprime ce que l'évaluateur doit demander à l'élève et dans les rectangles bleus apparait la consigne à lui donner. À la fin de chaque item, se trouve une petite grille qui expose le concept évalué, les stratégies qu'il est possible d'utiliser et les difficultés qui peuvent être éprouvées par l'élève.

À la fin du guide, le lecteur trouvera deux grilles d'évaluation qui favoriseront la vision globale de la compréhension de l'élève, qui aideront à bien organiser l'information et à bâtir le plan d'intervention personnalisé. Les grilles doivent être utilisées individuellement. La première rassemble les petites grilles que l'évaluateur a remplies tout au long de l'évaluation; elle permet de regrouper chacun des concepts, les stratégies et les difficultés de l'élève que l'évaluateur a cochées et annotées. Elle a le rôle de guider et de donner une vision globale de l'évaluation.

La grille est flexible puisqu'elle permet à l'évaluateur de tenir compte des caractéristiques individuelles de l'élève en mettant en lumière les causes et les processus qui sont à la base des difficultés. La deuxième grille permet de personnaliser l'information obtenue lors de l'évaluation et de ne retenir que celle qui concerne l'élève.

En ce qui a trait au matériel, nous avons favorisé la manipulation du matériel concret, car nous connaissons l'impact que ce dernier a sur les apprentissages des élèves. Ils ont besoin d'apprendre par le biais d'expériences concrètes correspondant à leur étape de développement cognitif, selon Piaget. L'enseignement des mathématiques débute par une étape exploratoire, qui demande la manipulation du matériel concret, et continue avec des activités qui facilitent le développement conceptuel. L'outil conçu met toujours à la disposition de l'élève du matériel concret pour qu'il puisse avoir plusieurs façons de répondre aux questions et ainsi identifier davantage son raisonnement (concret, graphique ou symbolique). Par ailleurs, cela peut diminuer l'anxiété chez les élèves en difficulté. Le matériel concret conçu pour l'outil consiste en: jetons, bâtons, réglettes de Cuisenaire, fiches de nombres, domino, cartons de points, haricots, cure-dents, entre autres. Le matériel à utiliser est organisé dans une boite où chaque pièce est identifiée et étiquetée dans un petit sac selon l'item à évaluer.

2. MODE D'EXPLOITATION

L'outil a été conçu pour être appliqué de façon individuelle et selon les besoins de l'élève; cela peut prendre jusqu'à deux ou trois séances d'une heure pour éviter la fatigue chez l'élève. Il est préférable de réaliser l'évaluation en plusieurs séances plutôt que d'allonger une séance pour effectuer toute l'évaluation en une seule fois. Dans ce sens, nous conseillons également de faire des choix parmi les items proposés en fonction du profil de l'élève et du but de l'évaluation. Lors de l'évaluation il est important de :[39]

- Observer sans intervenir
- Faire sentir à l'élève que toutes ses réponses sont acceptées
- Donner la possibilité à l'élève d'exprimer dans ses propres mots sa compréhension de la tâche et encourager l'autoévaluation
- Être ouvert et neutre pendant que vous écoutez l'élève
- Éviter de diriger l'élève
- Rester silencieux
- Ne pas l'interrompre
- Utiliser le mode impératif plutôt qu'interrogatif
- Éviter de répondre à une demande de validation

Il est important d'observer tout au long de la séance les stratégies de l'élève :

- Comment corrige-t-il ses erreurs?
- Comment compense-t-il ses difficultés?
- Est-ce que ses tentatives sont efficaces?

[39] La description qui suit est une partie intégrante du cahier de l'évaluateur.

Nous suggérons de poser des questions à l'élève pendant l'évaluation, même lorsqu'il a de bonnes réponses. :

- Comment pourrais-tu expliquer à un autre élève?
- Qu'est-ce que cela représente?
- Explique-moi pourquoi tu fais cela de cette façon?
- Comment le sais-tu?
- Qu'as-tu fait pour trouver la réponse?

Après avoir établi un contact chaleureux avec l'élève, nous lui expliquons que nous allons proposer des activités pour connaître les stratégies qu'il utilise lors de tâches mathématiques. Nous demandons à l'élève de « penser tout haut » lors de sa résolution et l'emmenons à parler de ce qu'il fait.

Il faut s'assurer que l'élève a bien compris les consignes et les questions qui lui sont posées. Dans certains cas, nous pouvons reformuler les questions ou faire des exemples. Nous proposons des exemples dans quelques items. Lorsque nous voyons l'icône du petit livre rouge, nous devons remettre à l'élève son cahier. Il est important de ne pas demander à l'élève de lire ses réponses du cahier, car ceci viendrait alourdir et allonger la passation. Pour cela il y a des exercices oraux.

Le rapport d'évaluation doit considérer les succès et les échecs apparents, mais surtout les processus de pensée et les stratégies qui sous-tendent ces succès ou ces échecs. L'évaluateur doit accepter toutes les réponses, rester neutre et éviter d'orienter ou de valider les réponses de l'élève.

Dans le guide de l'évaluateur, se trouvent les consignes, les questions, le matériel dont nous avons besoin et une grille qui nous aide à évaluer les items de chaque composante. Nous proposons de cocher les stratégies ou les difficultés observées à mesure que l'évaluation se déroule, ou de les noter lorsqu'elles ne se trouvent pas dans la grille. Cela nous aidera lors du rapport final et pour bâtir le plan d'intervention. En cours d'évaluation, du matériel concret et varié doit être disponible.

3. RÉSULTATS DE LA PRÉ-EXPÉRIMENTATION

Après avoir fait tester l'outil auprès d'un élève en difficulté par des étudiantes du BASS, nous avons fait quelques ajustements en ce qui concerne les questions et les items pour l'élève et les consignes pour l'évaluateur. Nous énumérons ces ajustements dans la liste qui suit :

1. Ne pas demander à l'élève de lire les réponses qu'il a écrites dans le cahier, cela rendra l'évaluation si longue que l'élève peut devenir fatigué.

2. L'évaluateur doit choisir un maximum de trois suites. L'item 2.4 évalue le concept de relation d'ordre et nous suggérons plusieurs suites que l'élève doit continuer oralement toutefois c'est l'évaluateur qui doit les choisir selon le niveau de l'élève.

3. L'item 2.8 a été révisé car il n'était pas clair et il a été interprété de différentes façons par les étudiantes lors de l'évaluation.

4. Pour le matériel de l'item 3.1, nous suggérons de mettre des jetons de la même couleur. Cela conviendra à l'épreuve de conservation.

5. Nous laissons un nombre de jetons impair pour l'exercice 3.2 parce que cela peut générer un petit conflit cognitif.

6. Nous suggérons de laisser manipuler les réglettes de Cuisenaire à l'élève. Il est possible que ce soit la première fois qu'il les manipule. Il faudrait aussi le laisser trouver les valeurs de chaque réglette.

7. J'ai ajouté des sommes et des soustractions de décimaux afin de compléter le contenu visé au deuxième cycle du primaire. Cet item n'a donc pas été expérimenté.

8. L'évaluateur doit avoir lu et bien compris la structure et les items de l'évaluation à l'avance pour rassurer l'élève, pour ne pas perdre le fil des procédures que l'élève suit et pour avoir une attitude plus active et dynamique lors de l'évaluation. Nous avons remarqué que le rôle de l'intervenant dans ce type d'évaluation est central.

Cette pré-expérimentation, nous a permis de faire des ajustements, mais également de rédiger le rapport d'évaluation d'un élève spécifique avec cet outil. L'annexe C présente ce rapport. Il met en évidence la profondeur avec laquelle nous pouvons analyser les difficultés et les stratégies de l'élève afin de mieux prévoir le plan d'intervention pour le suivi de cet élève.

4. RÉSULTATS DU REGARD CRITIQUE

L'outil a été critiqué par deux orthopédagogues, nous présenterons ici leur regard critique :

- L'outil d'évaluation se démarque car il est complet et bien fait, cependant en étant complet il est très long.
- Il y a beaucoup de clarté dans la progression des activités d'évaluation.
- Le fait de passer par la manipulation est très intéressant pour l'évaluation.
- C'est un outil qui pourra servir à diagnostiquer la dyscalculie.

- En ce qui concerne l'item 5.3, il sera intéressant de commencer avec des écarts plus petits et des nombres plus petits afin que le test puisse aussi s'appliquer en première année.

- Les tableaux d'observation pendant l'exécution sont riches et permettent d'orienter nos observations avec plus de précision.

- Les grilles de consignation permettent une vision globale vraiment importante pour la lecture des informations relevées.

- Pouvons-nous penser à un espace aménagé pour consigner l'intervention spécifique en fonction des problématiques relevées, les dates d'intervention et l'évaluation suivante?

- Le matériel nécessaire à l'évaluation pourrait être énuméré en début de présentation.

- Avez-vous fait une évaluation du temps nécessaire pour faire la démarche complète avec un élève ? Il pourrait y avoir des indications à cet effet.

- La disposition et la présentation de votre matériel : c'est vraiment clair et j'ai l'impression de faire un parcours complet des notions de nombre et d'opérations.

- La grille de consignation des observations pendant la passation de l'évaluation sur la copie de l'enseignante est très claire.

- C'est intéressant que vous nommiez le matériel de manipulation pour l'évaluation.

Bref, l'outil répond aux attentes des orthopédagogues car il évalue les concepts vus au premier et deuxième cycle du primaire en ce qui concerne le concept du nombre. Il a été développé de façon progressive en tenant compte des stades du développement chez l'enfant et donne l'occasion aux élèves qui ont besoin de manipuler, d'avoir accès au matériel varié. Les grilles permettent de repérer plus facilement les stratégies utilisées et les difficultés éprouvées par l'élève. Cependant, il doit être appliqué de façon individuelle et l'évaluateur aura besoin d'au moins deux séances.

CINQUIÈME CHAPITRE

DISCUSSION

En ce qui concerne les outils d'évaluation du concept du nombre, nous avons constaté dans la recherche de Verrault (2007) qu'il existe des lacunes considérables rapportées dans les travaux, les recherches et les outils diagnostiques. En effet, « La majorité des tests d'évaluation diagnostique des apprentissages mathématiques se concentre sur les performances et souffre d'un manque cruel de modèle théorique permettant de comprendre les causes profondes des phénomènes observés » (Grégoire; 2008).

Dans la recension faite des outils les plus utilisés dans les écoles québécoises, nous constatons que les outils évaluent une partie du concept du nombre, ils évaluent les premiers apprentissages ou ils visent seulement la performance des élèves. Parmi les outils les plus utilisés par les orthopédagogues selon une recherche réalisée par Verreault (2007) nous avons repéré : « Key-Math » (2000), « UND-II », l'outil de la commission scolaire de Brossard (1991), les tests diagnostiques de la commission scolaire de Le Gardeur(s) (1989), un outil pour l'évaluation et la prévention au niveau préscolaire de la commission scolaire Jacques-Cartier (1995) et finalement « En passant par les nombres » (1993). Par ailleurs, nous avons ajouté à cette recension l'Épreuve Conceptuelle de résolution de Problèmes Numériques (ECPN, 1995), un outil d'évaluation des compétences numériques destiné à des enfants ayant des difficultés d'apprentissage en mathématiques.

Parmi les limites que nous avons ressorties dans ces divers outils d'évaluation apparaissent tout d'abord, l'absence de matériel concret à la disposition de l'élève, deuxièmement, l'accent mis sur les réponses par pointage ou les traces écrites mais qui nous informe peu sur les stratégies et difficultés des élèves, troisièmement, l'évaluation des connaissances relatives aux premiers apprentissages, quatrièmement, ils n'évaluent pas toutes les dimensions à prendre en compte et finalement pour plusieurs, le contact avec l'évaluateur est minimal. L'outil élaboré met à la disposition de l'élève du matériel concret pour lui donner la possibilité d'aller chercher ce qu'il lui faut pour s'engager dans la tâche et réussir. Cela permet d'explorer d'autres réponses, différentes de celles de pointage ou des seules traces écrites et de questionner l'élève lors de la démarche. Donc, de cette façon, nous pourrons découvrir les stratégies mises en place et les difficultés rencontrées. D'ailleurs, les tableaux de compilation vont dans le même sens. Il est plus important de connaître et de comprendre la démarche d'apprentissage de l'élève à travers ses stratégies et les difficultés qu'il éprouve que de souligner sa réussite ou son échec. Car cela nous permettra d'intervenir de manière efficiente dans ce processus actif et continu de construction de savoir.

Par ailleurs, l'outil élaboré permet de faire un parcours qui couvre le contenu des deux premiers cycles du primaire, en ce qui concerne le concept du nombre et finalement, la méthode privilégiée est celle de l'entrevue clinique qui permet de « mieux cerner les difficultés d'un élève car elle est ouverte, non directive, et que les questions s'appuient non pas sur un répertoire fixé à l'avance par la théorie mais par l'originalité des réponses fournies par l'enfant » (Ska, 1983). Cette méthode favorise le contact et rassure l'élève.

Nous avons favorisé l'évaluation diagnostique, premièrement, car elle cherche à cibler la nature des difficultés qui sont identifiées chez l'élève. Elle a le but de prévenir les blocages et de réorienter l'intervention pour intégrer les élèves dans une nouvelle séquence d'apprentissage. Autrement dit, en mettant en évidence les forces de l'élève nous pourrons déterminer les stratégies d'enseignement les plus adaptées. Deuxièmement, cette évaluation est centrée sur l'analyse des productions et des comportements manifestés (Morissette, cité par Verreault, 2007) et finalement elle se centre sur les processus impliqués pour réaliser une tâche.

Lors du choix des composantes à évaluer, nous nous sommes basés en grande partie sur le modèle de construction du nombre de Piaget, cela, en gardant un lien étroit avec le programme de formation québécoise des premier et deuxième cycles du primaire, plus spécifiquement en ce qui concerne la deuxième compétence, soit raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques. L'outil aide à évaluer les savoir essentiels dont les élèves ont besoin pour réussir dans cette compétence.

« La genèse du nombre chez l'enfant », de Piaget et Szeminska (1967) démontre que la connaissance de la comptine numérique par un enfant n'est pas une condition suffisante pour déduire l'acquisition de la notion de nombre. Cette notion implique la mise en place de trois schémas, ceux d'inclusion, de transitivité et de réversibilité. Ils sont la base même du concept du nombre.

Dans le même sens, celui de la perspective constructiviste, nous avons formulé les divers items que comporte l'outil puisqu'il nous invite à questionner l'élève afin de l'évaluer sur sa construction de la compréhension des relations en jeu dans le sens du nombre. Voilà la raison pour laquelle nous avons privilégié les courtes entrevues lors de l'application de l'outil. Nous privilégions la relation évaluateur-élève car nous savons qu'apprendre des mathématiques est une activité complexe qui suppose un engagement de celui qui apprend. Tout apprentissage a une dimension affective que nous ne pouvons pas négliger dans les mathématiques et plus l'élève s'engage à la tâche plus il mobilise des aptitudes cognitives qui l'emmènent vers la réussite.

L'outil construit possède plusieurs avantages cités plus haut et il vient répondre à un besoin du milieu, mais il a également des limites que nous avons identifiées ou qui ont été soulevées par la critique des pairs qui l'ont analysé ou expérimenté :

- Il ne cible qu'un volet des mathématiques, soit l'arithmétique.
- Il ne cible que les quatre premières années du primaire.
- Il a été construit dans un paradigme particulier, soit le constructivisme.

- Il nécessite au moins deux ou trois séances pour réaliser l'évaluation complète d'un élève et il doit être adapté selon les besoins.
- Il doit être appliqué de façon individuelle.
- Il représente un état de la situation à un moment fixe de l'apprentissage.
- Il doit être bien maitrisé par l'évaluateur.
- Il demeure un outil «maison» et donc, il reste à être validé et expérimenté davantage.
- Plusieurs stratégies et difficultés ont été relevées, mais il en reste surement plusieurs autres qu'il faudrait ajouter, surtout en termes de variables didactiques.

CONCLUSION

Les mathématiques ont toujours été considérées comme une des matières de base de toute scolarisation élémentaire, ici comme ailleurs. La maitrise de ces compétences constitue également un atout significatif pour l'insertion dans une société où ses retombées pratiques sont aussi nombreuses que diversifiées.

Ce travail s'est situé dans le cadre du processus de conceptualisation et d'évaluation du sens du nombre; il apporte un regard basé sur des modèles constructivistes qui soulignent l'importance d'évaluer les habiletés cognitives chez les élèves du primaire qui éprouvent des difficultés en mathématiques. Notre objectif général visait l'élaboration d'un outil qui rend compte des stratégies utilisées et difficultés rencontrées par les élèves des premier et deuxième cycles du primaire.

Dans la problématique, nous avons exposé la place des mathématiques dans la formation primaire québécoise tout au long des dernières années jusqu'à la réforme. L'actuel programme de formation en mathématiques a comme objectif, entre autres, le développement des compétences chez l'élève et l'attention portée à la démarche d'apprentissage. Le programme repose sur la définition de l'apprentissage de la mathématique comme un processus actif et continu de construction de savoir. L'approche par compétences met l'accent sur la capacité de l'élève à utiliser concrètement ce qu'il a appris à l'école dans des tâches et situations nouvelles et complexes, à l'école tout comme dans la vie. On pourrait dire que de cette façon, l'élève doit mieux apprendre à utiliser, à mobiliser et à appliquer ses connaissances dans des situations nouvelles, un aspect essentiel de l'apprentissage car il assure le développement des processus cognitifs et le déplacement de stratégies pour la solution de nouveaux problèmes.

Connaitre les processus utilisés par des élèves permet aux enseignants et aux orthopédagogues d'être attentifs aux résultats observés et d'aider à mettre en place des interventions, des dispositifs didactiques et une gestion de classe propres à une pédagogie différenciée. L'outil d'évaluation proposé présente des caractéristiques particulières qui permettent l'évaluation des processus mathématiques chez les élèves des deux premiers cycles de formation primaire. La perspective constructiviste, sur laquelle nous avons formulé les divers items que comporte l'outil d'évaluation en mathématiques, nous invite à questionner l'élève sur sa compréhension du concept du nombre. L'outil d'évaluation que nous proposons privilégie la relation évaluateur-élève et la mise en scène de la dimension affective, élément non-négligeable dans l'apprentissage des mathématiques. En résumé, notre outil d'évaluation est cohérent avec l'approche constructiviste, et en plus, notre évaluation considère la deuxième compétence : *raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques.* Les savoirs essentiels de cette compétence rendront l'élève apte à faire face à diverses situations afin de démontrer, en partie, la maitrise de leur compétence.

Les aspects précédents nous permettent d'espérer que l'outil d'évaluation proposé dans ce projet aidera les enseignants et orthopédagogues à mieux dépister les difficultés des élèves et à bien intervenir pour améliorer la compréhension numérique des élèves.

D'ailleurs, le matériel conçu dans ce projet devra, premièrement, après cette première étape d'élaboration et d'expérimentation, être exploité auprès d'un plus grand nombre d'élèves afin d'en améliorer la validité et la fiabilité. Cette ouverture sera un objectif à atteindre à plus long terme dans ce champ de recherche. Deuxièmement, nous suggérons l'extension de cet outil d'évaluation du sens du nombre au troisième cycle du primaire et premier du secondaire. Finalement, il sera intéressant de construire d'autres outils qui ciblent les volets manquants des mathématiques comme la géométrie, la mesure, la statistique et la probabilité.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Association des Orthopédagogues du Québec. (2003). *L'Acte Orthopédagogique dans le contexte actuel.* Montréal : ADOQ.

Audet, Y., Lyons, M. (coord) (1991) *Épreuves sommatives en mathématiques. 1re à 6e années primaires. Guide d'administration.* Brossard : Commission scolaire de Brossard.

Beckwith, M., Restle, F. (1966) Process of enumeration, Psychological Review, 73 (5), 437-444.

Bednarz, N. (1988) *Des conceptions, stratégies des enfants au concept mathématique.* Document didactique d'accompagnement du vidéo « Le jeune enfant et l'acquisition du concept de nombre » Production service de L'audio-visuel, UQAM.

Bednarz, N. (1985) *La numération. Les difficultés suscitées par son apprentissage. Deuxième partie.* CIRADE. Université de Montréal.

Bednarz, N. (1984) *La numération. Les difficultés suscitées par son apprentissage.* CIRADE. Université de Montréal.

Bideaud, J., Meljac, Cl., Fisher, J.P. (1991) *Les chemins du nombre*. Presses Universitaires de Lille. France.

Bouchard, S., Cyr, C., (2005) Recherche psychosociale. Presses de l'Université de Québec

Brissiaud, R. (1999) *Quelques dysfonctionnements dans l'appropriation du nombre, leur diagnostic et leur abord pédagogique.* Rééducation orthophonique, p. 53-69; No. 199) Paris.

Brousseau, G. (1983). *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques.* Recherches en didactique des mathématiques, *4*(2), 165-198.

Butlen, D., Charles-Pézard, M. (2007) *Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental, entre sens et technique.* Revue de mathématiques sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire. No 79, 7-32, France, IREM de GRENOBLE.

Camos, V. (1999) *Le dénombrement: une activité complexe à deux composantes.* Rééducation orthophonique, p. 21-31; No. 199, Paris.

Camos, V., Fayol, M., et Barrouillet, P., (1999) *L'activité de dénombrement chez l'enfant: doublé tâche ou procédure?* L'Année Psychologique, 99, 623-645. Université de Bourgogne.

Carretero, M. (1993) *Constructivismo y Educación.* Buenos Aires: AIQUE.

Castaño, J. (1991) *El conocimiento matemático en el grado cero.* Documentos de trabajo, Santafé de Bogotá. MEN

Castano, J. (2006) *En la búsqueda de una educación matemática integradora. Posibilidades y obstáculos.* Pontificia Universidad Javeriana. Foro Educativo Nacional. Ministerio de Educación. Colombia. Document téléaccessible à l'adresse <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113422_archivo.pdf>

Collet. M., (2003) *Le développement du système en base 10 chez les élèves de 2ème et de 3ème année primaire, une étude exploratoire.* Éducation et francophonie, Vol. XXI.

Connolly, A.J. (2000). *KeyMath, revised updated canadian norms. A diagnostic inventory of essential mathematics.* Toronto: Psycan.

Deblois, L. et Squalli, H. (2002) *Une modélisation des savoirs d'expérience des orthopédagogues intervenant en mathématiques.* In. G. Debeurme et N. Grunderbeek (dir.) Enseignement et difficultés d'apprentissage (pp. 155-178). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Deblois, L. (1999) *Le nombre : son écriture et son sens.* Instantanés mathématiques, vol. XXXV, no 3, février-mars-avril.

De Kee, S. (1996) L'analyse d'erreurs appliquée à l'algorithme de division. Instantanés mathématiques, novembre-décembre-janvier. P. 93- 107 Québec.

De Kee, S. (1997) L'analyse d'erreurs appliquée à l'algorithme d'addition. Instantanés mathématiques, mai-juin-juillet. P. 9- 20 Québec.

De Ridder, M., Loupan, C., De Groef, J. (1998) *Les réglettes en couleurs.* Éditions DEGRID. Bruxelles.

Diaz-Barriga Arceo, Frida y Hernández Rojas, Gerardo. (2002) Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. McGraw-Hill. México.

Duquesne, F. (1999) *Compétences arithmétiques: une aide à l'évaluation et à l'action pédagogique.* Rééducation orthophonique, p. 81-90; No. 199) Paris.

Fisher J.P (1999) *Les élèves en difficulté: calculent-ils autrement*? Rééducation orthophonique, p. 33-51; No. 199) Paris.

Fontaine, V. (2008) Les représentations sociales des orthopédagogues du Québec en rapport avec l'intervention en mathématique auprès des élèves à risque. Mémoire présenté à la Faculté d'éducation. Maitrise en sciences de l'éducation. Université de Sherbrooke.

Fuson. K. (1991) Relation entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. In Les chemins du nombre. (pp 157-179), Lille. Presses Universitaires de Lille.

Gaudreau, A. (2003) *Échec en Math?* Dépistage et intervention auprès des élèves à risque au préscolaire et au premier cycle. Montréal: Éditions Hurtubise HMH.

Gelman, R., Gallistel. C.R. (1978) *The child's understanding of number*, Cambridge (MA) : Harvard University Press.

Green, S., Gradler, M. (2002) *Review and Analysis of Constructivism for School-Based Practice.* School Psychology Review, Vol.31, p.53-70

Gregoire, J. (2008) *Quelle démarche d'évaluation diagnostique des troubles d'apprentissage en mathématique In* : Evaluer les apprentissages. Les apports de la psychologie cognitive. De Boeck Université. Bruxelles.

Jolin, H., DeBlois, L. et Roy, A-J. (1993). *En passant par les nombres*. Éditions du Renouveau pédagogique inc. Montréal.

Kamii, C., (2001) Une arithmétique à l'école primaire basée sur le constructivisme de Piaget in constructivismes : usages et perspectives en éducation, pp 157-167. Genève : SRED

Kamii, C., (1986) La théorie de Piaget et l'enseignement de l'arithmétique. In Perspective vol XXVI, no. 1. Suisse.

Labinowicz Ed. (1986) *Introducción a Piaget.* Mexico : Fondo Educativo Interamericano.

Lessard, A., Fortin, L., Joly, J., Royer, E., Marcotte, D. et Potvin, P. (2006). Les raisons de l'abandon scolaire : Différences selon le genre. *Revue québécoise de psychologie. 27*(1), 135-152.

Lessard, A. Fortin, L., Gingras, M., (2006). *Plan 2006-2016 de mobilisation et d'action pour contrer le décrochage et augmenter la qualification et la diplomation des jeunes estriens.* La Table estrienne de concertation interordres en éducation.

Locat, R. (coord) (1989) *Test diagnostique. Mathématique. Guide de l'évaluateur.* Repentigny : Commission scolaire Le Gardeur.

Meljac, C. (1999) *L'UND 2: un instrument révisé pour des évaluations plus fines.* Rééducation orthophonique, p. 91-100; No. 199) Paris.

Ménissier, A. (1999) *Petites histoires sur l'histoire d'une grande invention: la numération.* Rééducation orthophonique, p. 7-20; No. 199) Paris.

Ministère de l'éducation du Québec (1980) Programme d'études de mathématiques du niveau primaire.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2001) *Programme de formation primaire.* Québec. Document téléaccessible à l'adresse URL: http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/primaire/pdf/prform2001/prform2001-061.pdf

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2006) *L'évaluation des compétences disciplinaires et la place des connaissances.* Québec. Document téléaccessible à l'adresse URL: < http://www.mels.gouv.qc.ca/dgfj/pdf/cpea_evaluation4.pdf>

Morissette, D. (1993) *Les examens de rendement scolaire (3ème ed.)* Ste-Foy : Les presses de l'Université Laval.

Nantais, N. (1992) *La mini-entrevue. Un nouvel outil formatif pour évaluer la compréhension en mathématique au primaire.* Collection Prix jean Grégoire. Faculté des sciences de l'éducation. Université de Montréal.

Nantais, N. (1991) *L'analyse d'erreurs appliquée à l'algorithme de multiplication.* Université de Sherbrooke, bulletin AMQ.

Nantais, N. (1993) *L'apprentissage de tables de multiplication versus la mémorisation.* Instantanés mathématiques. Novembre-Décembre-Janvier 1993.

Nantais, N., Francavilla, M., Biron, D. (1994) *Réflexion didactique sur le rôle et l'importance des représentations utilisées pour l'enseignement de la multiplication à l'intérieur des manuels scolaires du primaire.* Instantanés mathématiques. Août-Septembre-Octobre. Vol. XXXI, no. 1

Piaget, J. (1998) *La psychologie de l'enfant.* Paris : Presses universitaires de France.

Piaget, J., Szeminska, A. (1967) *La genèse du nombre chez l'enfant.* Neuchâtel : Delachaux & Niestlé. Suisse.

Piaget, J., (1966) Épistémologie mathématique et psychologie. Dordrecht, Holland : D. Reidel ; New York : Gordon and Breach

Poirier, L. (2001) *Enseigner les maths au primaire.* Québec. ERPI

Polo, LM. (1999) *Propuesta de un instrumento de valoración de los procesos de lectoescritura y calculo*. Facultad de Educacion. Universidad Externado de Colombia. Bogotá.

Potter, MC., Levy. E.I., (1968) Spatial enumeration without counting, Child development, 39, 265-272.

Sabourin, S. (1995) *Outils pour l'évaluation et la prévention. Niveau préscolaire.* Longueil : Commission scolaire Jacques-Cartier.

Schmidt, S. (2002) Difficultés d'apprentissage en mathématique. In G. Debeurme, N. Van Grunderbeeck (dir.), *Enseignement et difficultés d'apprentissage.* (p. 41-63) Sherbrooke. Éditions du CRP.

Ska, B. (1983) *Quelques précisions sur l'entrevue clinique pour fin de diagnostic.* Revue des sciences de l'éducation, vol. IX, no 2. Document téléaccessible à l'adresse URL < http://id.erudit.org/iderudit/900413ar>

Van Nieuwenhoven, C. (1999). *Le comptage... un premier pas vers la construction du nombre.* Bruxelles : De Boeck.

Van Nieuwenhoven, C. (1996) *Le comptage et la cardinalité, deux apprentissages de longue haleine qui évoluent en interaction.* Revue des sciences de l'éducation, Vol. XXII, no. 2 p. 295 à 320.

Van de Walle, J., Lovin, L., (2008) L'enseignement des mathématiques : l'élève au centre de son apprentissage. Saint-Laurent, Québec : ERPI

Varda Gross – Tsur, Manor, O., Shalev, R.,(1996) *"Developmental Dyscalculia: Prevalence and demographic features" In* Developmental Medicine & Child Neurology; January 1996. Vol. 38 No. 1 p. 25- 33.

Vergnaud, G., Durand, C.,(1976) Structures additives et complexité psychogénétique. Revue française de pédagogie, no.36, juillet-aout-septembre, p28-43

Verreault, M.A. (2007) L'évaluation orthopédagogique du sens du nombre chez l'élève du primaire. Essai présenté à la Faculté d'Éducation. Maitrise en adaptation scolaire. Université de Sherbrooke.

Site téléaccessible à l'adresse URL : *http://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/textes/index.php*

ANNEXE A

Outil pour l'évaluation des processus mathématiques des premier et deuxième cycles du primaire

Guide de l'évaluateur

Nom de l'élève ____________________________________
Âge____________ **Classe**____________
École______________________ **Date**____________
Nom de l'évaluateur______________________________

Outil réalisé dans le cadre de la Maitrise en adaptation scolaire et sociale. U. de Sherbrooke 2010

TABLE DE MATIÈRES

4.5.4 Trouver le complément quand il s'agit de 10 ou d'un multiple de 10

5. Adition
   5.1 Sans retenue
   5.2 Avec retenue
   5.3 La recherche de l'un des termes de la somme
   5.4 La recherche des deux termes de la somme
6. Soustraction
   6.1 Sans emprunt
   6.2 Avec emprunt
   6.3 La recherche de l'un des termes de la différence
   6.4 La recherche des deux termes de la différence
7. Multiplication
   7.1 Sans retenue
   7.2 Avec retenue
   7.3 Multiplicateur à deux chiffres et plus
   7.4 La recherche de l'un des facteurs
   7.5 La recherche des deux facteurs du produit
8. Division
   8.1 Diviseur d'un chiffre
   8.2 Diviseur à deux chiffres et plus
   8.3 Recherche de multiples et diviseurs
9. Nombres décimaux
   9.1 Lecture et écriture des décimales
   9.2 Addition des nombres décimaux
   9.3 Soustraction des nombres décimaux
10. Mise en contexte des nombres et des opérations associées
   10.1 Compléter les problèmes avec les mots
   10.2 Composer un problème où il faut faire une addition (soustraction, multiplication, division)

Matériel

- Réglettes de Cuisenaire;
- 35 bâtons;
- 25 jetons : 8 rouges, 5 jaunes, 10 bleus et 2 verts;
- 24 jetons de la même couleur
- Fiches des nombres (naturels et décimaux)
- Cartons de points;
- Étiquettes (moins que, autant que, plus que);
- Domino;
- Papier quadrillé
- Fiches de mises en situation
- Cahier de l'élève

L'outil a été conçu pour être appliqué de façon individuelle et selon les besoins de l'élève; cela peut prendre jusqu'à deux ou trois séances d'une heure pour éviter la fatigue chez l'élève. Il est préférable de réaliser l'évaluation en plusieurs séances plutôt que d'allonger une séance pour effectuer toute l'évaluation en une seule fois. Dans ce sens, nous conseillons également de faire des choix parmi les items proposés en fonction du profil de l'élève et du but de l'évaluation.

Lors de l'évaluation il est important de :

- Observer sans intervenir
- Faire sentir à l'élève que toutes ses réponses sont acceptées
- Donner la possibilité à l'élève d'exprimer dans ses propres mots sa compréhension de la tâche et encourager l'autoévaluation
- Être ouvert et neutre pendant que vous écoutez l'élève
- Éviter de diriger l'élève
- Rester silencieux
- Ne pas l'interrompre
- Utiliser le mode impératif plutôt qu'interrogatif
- Éviter de répondre à une demande de validation

Il est important d'observer tout au long de la séance les stratégies de l'élève :

- Comment corrige-t-il ses erreurs?
- Comment compense-t-il ses difficultés?
- Est-ce que ses tentatives sont efficaces?

Nous suggérons de poser des questions à l'élève pendant l'évaluation, même lorsqu'il a de bonnes réponses. :

- Comment pourrais-tu expliquer à un autre élève?
- Qu'est-ce que cela représente?
- Explique-moi pourquoi tu fais cela de cette façon?
- Comment le sais-tu?
- Qu'as-tu fait pour trouver la réponse?

Après avoir établi un contact chaleureux avec l'élève, nous lui expliquons que nous allons proposer des activités pour connaître les stratégies qu'il utilise lors de tâches mathématiques. Nous demandons à l'élève de « penser tout haut » lors de sa résolution et l'emmenons à parler de ce qu'il fait.

Il faut s'assurer que l'élève a bien compris les consignes et les questions qui lui sont posées. Dans certains cas, nous pouvons reformuler les questions ou faire des exemples. Nous proposons des exemples dans quelques items. Lorsque nous voyons l'icône du petit livre rouge, nous devons remettre à l'élève son cahier. Il est important de ne pas demander à l'élève de lire ses réponses du cahier, car ceci viendrait alourdir et allonger la passation. Pour cela il y a des exercices oraux.

Le rapport d'évaluation doit considérer les succès et les échecs apparents, mais surtout les processus de pensée et les stratégies qui sous-tendent ces succès ou ces échecs. L'évaluateur doit accepter toutes les réponses, rester neutre et éviter d'orienter ou de valider les réponses de l'élève.

Dans le guide de l'évaluateur, se trouvent les consignes, les questions, le matériel dont nous avons besoin et une grille qui nous aide à évaluer les items de chaque composante. Nous proposons de cocher les stratégies ou les difficultés observées à mesure que l'évaluation se déroule, ou de les noter lorsqu'elles ne se trouvent pas dans la grille. Cela nous aidera lors du rapport final et pour bâtir le plan d'intervention. En cours d'évaluation, du matériel concret et varié doit être disponible.

1. Quantification

Cette partie se déroule à la manière d'une courte entrevue.

1.1 Dénombrement de collections d'objets

Matériel : 20 bâtons.

☺ Sur une table, posez environ 20 bâtons. Demandez à l'élève de les compter.

Question :
Combien d'objets y a-t-il sur la table? Comment le sais- tu?

Concept	Stratégies	Difficultés
Quantification	* Reconnaissance globale. * Pointage. * Énonciation * Regroupement (organisation spatiale) * Vérification. * Recomptage des objets. * Autres stratégies	* De coordination * D'organisation * De mémoire * D'attention * Sur-comptage * D'omission * De correspondance terme a terme * Avec les nombres qui comportent plusieurs syllabes.

1.2 Constitution de collections d'objets

Matériel : 25 jetons de diverses couleurs : 8 rouges, 5 jaunes, 10 bleus et 2 verts

☺ Donnez à l'élève 25 jetons de diverses couleurs (8 rouges, 5 jaunes, 10 bleus et 2 verts) et lui demander de compter chaque collection.

Question :
Peux-tu me dire le nombre de jetons de chacun des groupes?

Concept	Stratégies	Difficultés
Quantification	* Reconnaissance globale. * Pointage * Énonciation * Regroupement (organisation spatiale) *Recomptage des objets. * Vérification. * Autres stratégies	* De coordination * D'organisation * De mémoire * D'attention * Sur-comptage * D'omission * De correspondance terme a terme * Avec les nombres qui comportent plusieurs syllabes.

1.3 Reconnaissance de la cardinalité

☺ En partant des collections de la question précédente, demandez à l'élève d'ajouter des jetons ou d'en enlever.

Questions:
Combien y a-t-il de jetons : Jaunes, si on en ajoute un jaune?
Rouges, si on en enlève un rouge?
Verts, si on en ajoute 3 verts?
Bleus, si on en enlève 2 bleus?

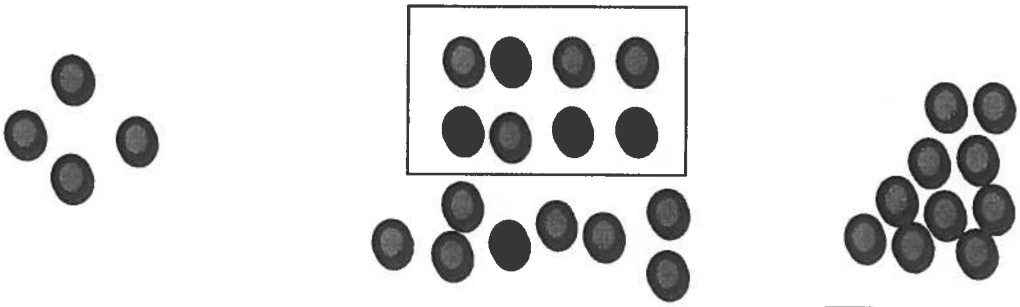
1.4 Comparaison (Plus que, moins que et autant que)

Matériel : Cartons de points, jetons, étiquettes et domino.

☺ Choisissez un carton, posez-le sur la table avec les trois étiquettes indiquant « plus que », « moins que » et « autant que » (Voir l'illustration au dessous) et un certain nombre de jetons de coté. Demandez aux enfants de placer à côté du carton trois séries de jetons : une qui correspond à plus de points que l'ensemble, une qui correspond à moins de points que l'ensemble et une qui correspond à autant de points que l'ensemble. Puis demandez-leur de poser l'étiquette appropriée sur chaque collection.

On pose des questions comme : Pourquoi penses-tu que cet ensemble en a moins, en a plus?

Exemple :



Moins que | Autant que | Plus que

☺ Avant de commencer la partie de domino, il faut que vous définissiez la règle du jeu, soit de mettre une fiche qui a autant de points, de mettre une fiche qui a un point de plus ou un point de moins, et que vous l'expliquiez à l'élève. Il est important de ne pas mêler les trois règles dans une partie de domino, une règle à la fois.

Consignes :
*** Mets une fiche qui a autant de points.**
*** Mets une fiche qui a un point de plus.**
*** Mets une fiche qui a un point de moins.**

☺ Mets le symbole qui correspond, < ou >. (Voir cahier de l'élève)

Concept	Stratégies	Difficultés
Les relations plus que, moins que et autant que.	* L'élève touche ses doigts. * L'élève compte chaque point ou chaque jeton une seule fois. * L'élève reconnait l'ensemble * L'élève commence la suite. * Vérification * Autres stratégies	* De coordination * D'Organisation * De mémoire * D'attention * Spatiotemporelle * Maitrise de la suite de nombres et du caractère ordinal * Autres difficultés

2. Relation d'ordre

Les items 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4 se dérouleront à la façon d'une courte entrevue. Une partie des items 2.5, 2.6, 2.7 et 2.8 se feront de façon écrite dans le cahier de l'élève.

2.1 Organisez une collection d'objets en ordre décroissant ou croissant

Matériel : 1 ensemble de réglettes de Cuisenaire (une de chaque couleur).

☺ Demandez à l'élève d'organiser 10 réglettes de Cuisenaire (une de chaque couleur) en ordre croissant puis en ordre décroissant.

Consigne :
*** Organise les réglettes de la plus petite à la plus grande.**
*** Organise les réglettes de la plus grande à la plus petite.**

☺ Demandez à l'élève de fermer les yeux et enlevez la réglette verte en rapprochant les autres. Demandez-lui de la remettre à la bonne place.

Question :
Peux-tu mettre cette réglette à la bonne place?

Concept	Stratégies	Difficultés
Relation d'ordre	* Reconnaissance globale. * Comparaison. * Vérification. * Autres stratégies	* De mémoire * D'attention * De coordination * D'organisation *De maitrise de la suite de nombres et du caractère ordinal * Spatiotemporelle

2.2 Suite nommée des nombres sans contrainte de départ

☺ Demander à l'élève de compter à partir de 1.

Question :
Peux-tu compter pour moi à partir de 1?

2.3 Suite nommée des nombres avec contrainte de départ

☺ L'évaluateur choisit le point de départ de la tâche en fonction des réponses précédentes de l'élève.

Question :
*** Peux-tu commencer à partir de 29? (19, 77, 105 par exemple)**
*** Compte à reculons à partir de 12 (25)**

2.4 Suite nommée des nombres en ordre croissant et décroissant

Matériel : Fiches de nombres et cahier de l'élève.

☺ La première partie est faite avec des fiches. Mettez les fiches sur la table et demandez à l'élève de les organiser selon le cas.

Consignes :
*** Organise les nombres suivants en ordre croissant.**
55, 39, 60, 18, 69, 96, 81, 70, 7, 43, 91, 25
*** Organise les nombres suivants en ordre décroissant**
14, 30, 6, 65, 44, 90, 89, 21, 12, 57, 75, 63

Ensuite, lui demander de continuer oralement les suites. L'évaluateur peut choisir le point de départ de la tâche en fonction des réponses obtenues lors du rappel de la suite nommée des nombres.

Consigne :
Écoute bien et continue : 12, 14, 16
21, 24, 27
35, 40, 45
65, 64, 63
84, 81, 78

En troisième partie, l'élève continuera des séries dans son cahier. Vous devez choisir un maximum de trois suites à votre choix. Ne demandez pas à l'élève de les lire.

2.5 Ce qui vient juste avant

☺ La première partie est faite de façon écrite. (Voir cahier de l'élève) Ensuite, lui demander de dire le nombre qui vient avant.

Question :
Dis-moi ce qui vient juste avant : 8 / 17 / 30 / 45 / 69 / 100 / 110

2.6 Ce qui vient juste après

☺ La première partie est faite de façon écrite. (Voir cahier de l'élève) Ensuite, lui demander de dire le nombre qui vient après.

Question :
Dis-moi ce qui vient juste après : 11 / 39 / 55 /69 /89 /199 / 1099

2.7 Ce qui va entre deux nombres données

☺ La première partie est faite de façon écrite. (Voir cahier de l'élève) Ensuite, lui demander de dire le nombre qui va entre deux nombres donnés.

Consigne :
Dis-moi un ou des nombres qui vont entre:

9 et 11; 28 et 30; 85 et 90; 115 et 120; 138 et 145.

Concept	Stratégies	Difficultés
Relation d'ordre	* Comptage sur ses doigts. * Comptage sur chaque point ou chaque jeton, une seule fois. * Énonciation de la suite. * Reconnaissance globale. * Autres stratégies	* De mémoire * D'attention * Spatiotemporelle * De maitrise de la suite de nombres et du caractère ordinal * Autres difficultés

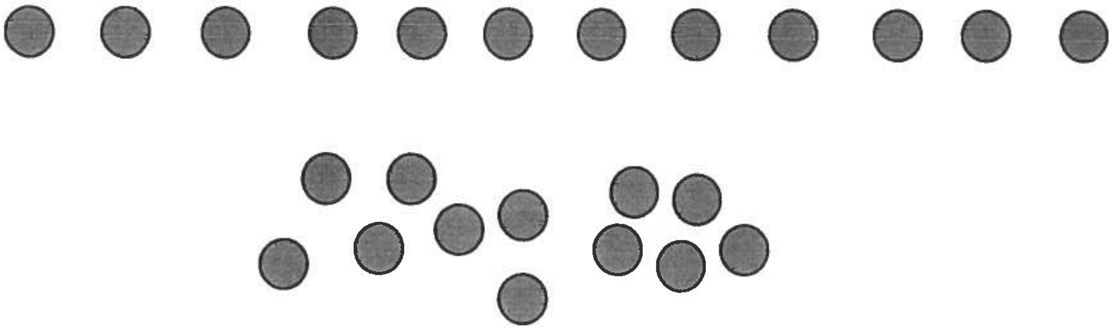
3. Conservation du nombre

L'item 3.1 se déroule à la façon d'une courte entrevue et pour l'item 3.2 une partie se fait oralement et une deuxième partie par écrit.

3.1 Comparaison de deux collections

Matériel : 24 jetons de la même couleur.

☺ Sur une table, posez deux groupes de jetons de la même couleur, de 12 jetons chacun. Étendez une des deux collections et dites à l'élève de comparer les collections et demandez-lui d'indiquer celle où il y a le plus d'objets. Ensuite, regroupez la collections étendue et demandez-lui une autre fois.



Questions :
*** Indique-moi où il y a le plus d'objets? Pourquoi?**
*** Maintenant, où y a-t-il le plus d'objets? Pourquoi?**

Concept	Stratégies	Difficultés
Conservation du nombre	* Apparence. * Comptage * Correspondance *Comparaison * Autres stratégies	*D'organisation * De mémoire * D'attention * De réversibilité * Autres difficultés

3.2 Rendre deux collections égales

Matériel : 35 bâtons.

☺ Sur une table, posez 15 bâtons et mettez-en 20 dans un coin. Demandez à l'élève de rendre les deux collections égales. Il restera un jeton.

Question :
Que peux-tu faire pour qu'il y ait autant d'objets des deux côtés?

🕮 Cahier de l'élève et des crayons de couleurs en bois

☺ Cette partie se déroule dans le cahier. Demandez à l'élève de constituer deux collections qui ont la même quantité d'objets.

Question :
Que peux-tu faire pour qu'il y ait autant d'objets des deux côtés?

Concept	Stratégies	Difficultés
Conservation du nombre	* Apparence. * Comptage * Correspondance *Comparaison *Compléter * Rayer * Autres stratégies	* D'organisation * D'attention * Du concept de cardinalité * Autres difficultés

4. Notion du nombre naturel

4.1 Lecture et écriture des nombres naturels

Matériel : Fiches de nombres et cahier de l'élève

☺ Montrez à l'élève une série de fiches et demandez-lui de lire les nombres.

Question :
Peux-tu lire les nombres que je vais te montrer?
2, 5, 12, 96, 306, 30, 111, 400, 52, 201, 25.

☺ Demandez à l'élève de lire et d'écrire dans le cahier les nombres sous forme de chiffres. (Voir cahier de l'élève) Lisez et expliquez l'exemple.

Consigne :
Lis chaque nombre et écris-le sous forme de chiffre.

☺ Dictez une série de nombres à l'élève, il les écrira dans le cahier.

Consigne :
Je vais te dire des nombres et tu dois les écrire.
6, 12, 21, 40, 80, 91, 63, 73, 55, 128, 200, 104, 203.

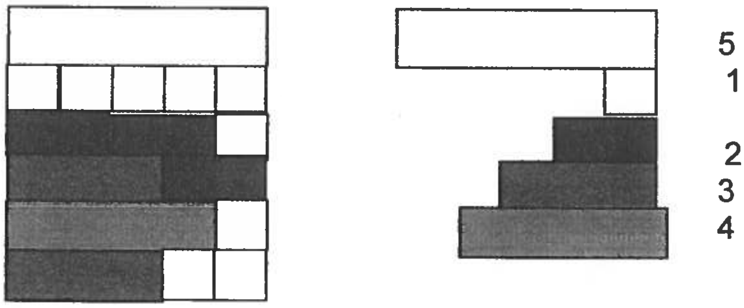
Concept	Stratégies	Difficultés
Lecture et écriture des nombres naturels.	* Commencement de la suite de nombres. * Manipulation *Représentation graphique. * Autres stratégies	* D'omission * D'orientation * De valeur positionnelle * De répétition. * De segmentation. * Autres difficultés.

4.2 Décomposition des nombres

Matériel : Réglettes de Cuisenaire et cahier de l'élève.

Il est important que l'élève manipule le matériel avant de commencer l'exercice et de le stimuler à chercher la valeur de chaque réglette.

☺ Décomposition de nombres avec du matériel concret. En utilisant les réglettes de Cuisenaire, demandez à l'élève de décomposer des nombres de plusieurs façons. Donnez-lui un exemple avec le nombre 5.



Consigne :
Décompose avec les réglettes les nombres suivants, comme je viens de t'expliquer: 6, 9, 7, 8, 12. (Un à la fois)

☺ Demandez à l'élève de décomposer dans son cahier les nombres en utilisant seulement des chiffres. Donnez-lui un exemple.*

12 :	6 + 6	10 + 2	5 + 7	11 + 1	3 + 9	12 + 0	8 + 4
	3 x 4	6 x 2	4 x 3	2 x 6			
	13 – 1	20 – 8	15 – 3	14 – 2			

Question :
Peux-tu décomposer les nombres qui sont écrits dans ton cahier?

* L'élève doit produire au moins trois décompositions pour chacun.

Concept	Stratégies	Difficultés
* Décomposition des nombres.	* Manipulation *Représentation graphique * Comparaison * Utilisation de doigts * Vérification * Autres stratégies	* D'attention * D'orientation * De répétition. * De segmentation. * Autres difficultés.

4.3 Valeur positionnelle
Matériel : 47 haricots, 62 bâtonnets, 34 cure-dents, trois sacs, cahier de l'élève. Fiches avec les nombres : 437, 347, 734, 374, 745, 457, 547, 896, 698, 968, 55, 50, 97, 79, 90.

☺ Préparez des sacs remplis de différents objets (haricots, cure-dents, bâtonnets, etc.) Demandez à l'élève de vider les sacs (un à la fois), de dénombrer les objets qu'ils contiennent, puis de noter la quantité. Après, demandez-lui de regrouper et de noter le nombre de dizaines et celui des unités.

Consignes :
*** Vide le sac, compte les objets et note la quantité.**
*** Écris le nombre de dizaines et d'unités.**

☺ Qui suis-je? Posez sur la table des fiches qui ont les mêmes chiffres et demandez à l'élève de trouver le nombre exact.

Question :
Peux-tu me dire quel nombre a exactement :
4 centaines, 3 dizaines et 7 unités
7 dizaines, 4 unités et 5 centaines
8 unités, 9 dizaines et 6 centaines.
5 unités et 5 centaines.
9 dizaines et 7 centaines.

Concept	Stratégies	Difficultés
Valeur positionnelle.	* Manipulation *Représentation graphique * Vérification * Autres stratégies	* D'Attention * D'orientation * De répétition. * De segmentation. * Autres difficultés.

4.4 Recherche de compléments
Les items 4.4.1 et 4.4.2 se déroulent à la façon d'une courte entrevue.

4.4.1 Compléter à 10
Matériel : Réglettes de Cuisenaire.

☺ À l'aide des réglettes demandez à l'élève de répondre aux questions.

Questions :
*** Complète pour faire 10, j'en ai 3.**
*** Combien manque-t-il à 6 pour faire 10?**
*** Que faut-il ajouter à 4 pour faire 10?**

4.4.2 Compléter à la dizaine supérieure et inferieure

☺ Demandez à l'élève d'écrire les voisins de gauche, de droite, du dessus et du dessous d'un nombre donné. Où les voisins de gauche et de droite sont respectivement « un de moins » et « un de plus » que le nombre donné ; les voisins du dessus et du dessous sont respectivement « dix de moins » et « dix de plus » que le nombre donné.

Consigne :
Écris les voisins du nombre donné. À gauche, c'est un de moins, à droite un de plus, au dessus dix de moins et en dessous dix de plus.

4.4.3 Compléter à 100 ou à la centaine supérieure

☺ Dans le cahier, l'élève résoudra les questions pour compléter à 100 ou la centaine supérieure. Demandez-lui de chercher ce qui manque pour aller à la centaine.

Questions :
Combien manque-t-il à 30 pour aller à 100?

4.4.4 Trouver le complément quand il s'agit de 10 ou d'un multiple de 10

☺ Demandez à l'élève combien de dizaines manquent pour aller à un nombre donné. L'élève répond dans le cahier.

Questions :
Écris dans le cahier, combien manque-t-il à 32 pour aller à 42? (Voir le cahier)

Concept	Stratégies	Difficultés
Recherche de compléments	* Utilisation de doigts * manipulation d'objets * Représentation graphique * représentation mentale *Autres stratégies	* Avec le système cardinal * De relation d'ordre * Avec la valeur positionnelle * D'abstraction *Autres difficultés

* Vérifiez si des élèves comptent en montant ou à rebours sans utiliser le point d'ancrage 10.

Les exercices d'addition, de soustraction, de multiplication et de division se dérouleront dans le cahier de l'élève. Il aura accès à du matériel concret comme des jetons, des réglettes de Cuisenaire, du papier quadrillé etc s'il en a besoin.

5. Addition

5.1 Sans retenue
5.2 Avec retenue
5.3 La recherche de l'un des termes de la somme
5.4 La recherche des deux termes de la somme

Concept	Stratégies	Difficultés
Addition	* Dénombrement * Comptage continu * Comptage * Rappel direct * Jumelés de comptage * Représentation concrète * Représentation graphique * Addition des dizaines, addition des unités et combinaison. * Addition des dizaines, puis addition des unités. * Autres stratégies.	* Avec la relation avec la numération positionnelle. * Liées avec la compréhension du sens de l'opération arithmétique à effectuer. * Avec le rôle du zéro. * De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * Avec le sens de la retenue et de son application. * Liée à la notion de regroupement. * Erreur de calcul mental. *Autres difficultés

6. Soustraction

6.1 Sans emprunt
6.2 Avec emprunt
6.3 La recherche de l'un des termes de la différence
6.4 La recherche des deux termes de la différence

Concept	Stratégies	Difficultés
Soustraction	* Dénombrement * Comptage continu * Comptage * Comptage à rebours * Rappel direct * Rappel direct du complément * Jumelage de comptage *Représentation concrète *Représentation graphique * Soustractions des dizaines, puis soustractions des unités. * Autres stratégies.	* De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * À concevoir chaque nombre globalement et connaître la valeur de chaque chiffre. * Avec la numération positionnelle. * Du sens de l'emprunt. * À percevoir l'équivalence des écritures décomposées lorsqu'on va emprunter. * Avec rôle du zéro dans l'emprunt. * De calcul mental *Autres difficultés

7. Multiplication

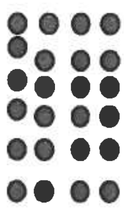
7.1 Sans retenue
7.2 Avec retenue
7.3 Multiplicateur à deux chiffres et plus
7.4 La recherche de l'un des facteurs

☺ Il faut trouver un facteur d'un chiffre qui donne le produit le plus près possible de la cible, mais sans la dépasser. Demandez-lui de trouver le facteur et ce qui reste.

Consigne :
Trouve le plus grand facteur sans dépasser le nombre ciblé et ce qui reste.

7.5 La recherche des deux facteurs du produit
Matériel : Jetons, papier quadrillé.
☺ Donnez d'abord à l'élève un nombre ayant plusieurs facteurs : par exemple, 12, 18, 24, 30 ou 36. Demandez-lui d'exprimer ce nombre sous forme de produit des facteurs. Il peut utiliser des jetons ou du papier quadrillé.

Exemple : 24



6 x 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4

Questions :
Peux-tu trouver les facteurs des nombres suivants à l'aide de jetons ou du papier quadrillé?
12, 18, 24, 30 et 36

Concept	Stratégies	Difficultés
Multiplication	* Dénombrement (groupement) * Addition répétée * Partition (par dizaines, par centaines et par unités) * Maitrise des tables (Rappel direct des tables) *Maitrise de l'algorithme. *Représentation concrète *Représentation graphique (disposition rectangulaire) * Polycopie * Comptage par bonds * Comparaison * Autres stratégies.	* Avec le sens de la multiplication * Avec la numération positionnelle. * Avec le nombre de chiffres au multiplicateur. * Avec le rôle du zéro * De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * Avec la multiplication ayant une retenue. * De calcul mental *Autres difficultés

8. Division

8.1 Diviseur d'un chiffre

8.2 Diviseur à deux chiffres et plus

8.3 Recherche de multiples et diviseurs

Matériel : Des jetons à besoin.
☺ Demandez à l'élève de répondre oralement et laissez à sa disposition du matériel concret pour y répondre.

Questions :
Combien de groupes de 2 peux-tu faire avec 20 jetons?
Combien de groupes de 3 peux-tu faire avec 35 jetons?
Combien de groupes de 9 peux-tu faire avec 100 jetons?

Concept	Stratégies	Difficultés
Division	* Dénombrement (répartition) * Représentation concrète * Représentation graphique * Polycopie * Addition ou soustraction successives. * Distribution. * Maitrise de l'opération. *Maitrise de l'algorithme. * Autres stratégies.	* À voir le nombre global qui doit être divisé. * Avec les étapes à suivre. * À concevoir le diviseur globalement. * À maitriser les autres opérations arithmétiques. * Avec le rôle du zéro. * Avec le sens spatial à suivre. * Avec le sens du reste n'a pas été acquis. * Avec la numération positionnelle et la décomposition des nombres. * De calcul mental *Autres difficultés

9. Nombres Décimaux

9.1 Lecture et écriture des décimales

Matériel : Fiches de nombres décimaux et le cahier de l'élève.

☺ Montrez à l'élève une série de fiches et demandez-lui de lire les nombres décimaux.

Question :
Peux-tu lire les nombres que je vais te montrer?
3,15 – 2,9 – 17,23 – 0, 25 – 110, 51.

☺ Dictez une série de nombres décimaux à l'élève, il les écrira dans le cahier.

Consigne :
Je vais te dire des nombres et tu dois les écrire dans ton cahier*.
4,7 – 8, 50 – 0,75 – 12,25 – 107,20

- Quatre virgule sept. - Huit et cinquante centièmes.

9.2 Addition de nombres décimaux

9.3 Soustraction de nombres décimaux

Concept	Stratégies	Difficultés
Nombres décimaux	*Représentation graphique * Comparaison * Vérification * Addition des dizaines, addition des unités et combiner. * Addition des dizaines, puis addition des unités. * Soustraction des dizaines, puis soustractions des unités. * Autres stratégies	* D'omission * D'orientation * De position dans la pile * De répétition. * De segmentation. * D'identification dans la pile. * Avec la numération positionnelle. * De compréhension du sens de l'opération arithmétique à effectuer. * Avec le rôle du zéro. * Avec la transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * Avec le sens de la retenue et de son application. * Avec la notion de regroupement. * De considérer le nombre décimal comme deux nombres entiers séparés par une virgule(le sens de l'écriture à virgule). * Liées à la comparaison des parties décimales comme des nombres entiers. * De calcul

10. Mise en contexte

10.1 Compléter les problèmes avec les mots.

Matériel : Des fiches

☺ L'élève doit lire des problèmes qui sont écrits dans une fiche et il doit répondre oralement.

Questions :
*** Mon frère a 28 billes, j'ai 14 billes. Pour savoir combien de billes nous avons ensemble, il faut____**
***Pour trouver ce qui reste, je vais____**
***Un crayon coute 0,50$. Pour trouver combien j'en aurai avec 2,50$ il faut____**
***J'achète 3 jouets qui coutent le même prix. Pour trouver le prix total, il faut____**

10.2 Composer un problème où il faut faire une addition (soustraction, multiplication, division).

☺ Selon le niveau de l'élève, demandez-lui de composer un problème d'addition, de soustraction, de multiplication ou de division.

Consigne :
Peux-tu composer une situation où tu dois faire une addition? Écris-la (une soustraction, une multiplication ou une division)

10.3 Compléter l'énoncé avec les données numériques

📖

☺ Demandez à l'élève de compléter l'énoncé avec les donnés numériques.

10.4 Formuler la question de l'énoncé

📖

☺ Demandez à l'élève de formuler la question de l'énoncé.

10.5 Formuler un énoncé à partir des données numériques

☺ 125 + 36;   109 – 38;   2,60 x 9;   45÷5

10.6 Problèmes sans données numériques

☺ Présentez plusieurs situations oralement à l'élève et demandez-lui répondre comment il trouverait la solution.

Situations :
*** Tu connais le prix du loyer de chaque mois. Comment peux-tu trouver le prix du loyer pour une année?**
*** Comment peux-tu trouver la différence entre ton poids et celui de ton père?**

Concept	Stratégies	Difficultés
Mise en contexte	* Représentation concrète * Représentation graphique * Dénombrement * Dénombrement abrégées * Utilisation des doigts. * Connaissances des tables. * Décomposition du problème. * Énonciation verbale du problème. * Représentation mentale * Questionnement lié au problème	* Avec les concepts d'addition, soustraction, multiplication et division. * D'abstraction (transformation de l'énonce en langage mathématique) * De calcul mental * Avec la numération positionnelle. * De compréhension du sens de l'opération * Avec le rôle du zéro * Avec l'organisation spatiale des nombres * Avec le sens de la retenue * Avec la transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout.

Par la suite, vous trouverez deux grilles qui vous aideront à bien organiser l'information et à bâtir le plan d'intervention personnalisé. Les grilles doivent être utilisées individuellement. La première est l'ensemble des petites grilles que vous avez remplies tout au long de l'évaluation; elle permet de regrouper chacun des concepts, les stratégies et les difficultés de l'élève que vous avez cochées et annotées. Elle a le rôle de vous guider et de vous donner des indices. Elle est si flexible qu'elle permet à l'évaluateur de tenir compte des caractéristiques individuelles de l'élève en mettant en lumière les causes et les processus qui sont à la base des difficultés. La deuxième permet de personnaliser l'information qu'on a obtenue lors de l'évaluation et de ne retenir que celle qui concerne l'élève.

Grille d'évaluation des Mathématiques
1er et 2ème cycle

Nom : ______________________________ Age : _________

Scolarité : _____________________ Date : _________

Concept	Tâches	Stratégies	Difficultés
1. Quantification	* Dénombrement de collections d'objets. * Constitution de collections d'objets. * Reconnaissance de la cardinalité (ajout ou retrait des objets)	* Reconnaissance globale. * Pointage * Énonciation * Regroupement (organisation spatiale) *Recomptage des objets. * Vérification. * Autres stratégies	* De coordination * D'organisation * De mémoire * D'attention * Sur-comptage * D'omission * De correspondance terme a terme * Avec les nombres qui comportent plusieurs syllabes.
2. Relation d'ordre	* Organisation d'une collection d'objets en ordre, décroissant ou croissant. * Énonciation d'une suite nommée des nombres sans contrainte de départ. * Énonciation d'une suite nommée des nombres avec contrainte de départ. * Énonciation d'une suite nommée des nombres en ordre décroissant. * Organisation de la suite : Ce qui vient juste avant___ Ce qui vient juste après___ Ce qui va entre deux nombres donnés. * Comparaison <,>, = et autant que	* Comptage sur ses doigts. * Comptage sur chaque point ou chaque jeton, une seule fois. * Énonciation de la suite. * Reconnaissance globale. * Autres stratégies	* De mémoire * D'attention *De maitrise de la suite de nombres et du caractère ordinal *Spatiotemporelle
3. Conservation du nombre	* Comparaison de deux collections. * Égalisation deux collections.	* Apparence. * Comptage * Correspondance *Comparaison	* D'organisation * De mémoire * De réversibilité * D'attention
4. Nombres naturels	* Lecture et écriture des nombres naturels. * Décomposition des nombres. * Valeur positionnelle. *Recherche de compléments : Compléter à 10 Compléter à la dizaine	* Commencer la suite de nombres * Manipulation *Représentation graphique * Comparaison * Vérification * Dénombrement * Utilisation de doigts	* D'omission * D'orientation * De répétition. * De segmentation. * Avec le système cardinal * De relation d'ordre * Avec la valeur positionnelle

	supérieure. Compléter à 100 ou à la centaine supérieure. Trouver le complément quand il s'agit de 10 ou d'un multiple de 10.	* Représentation mentale (symbolique) * Autres stratégies	* D'abstraction
5. Structure additive : Addition	* Opération sans retenue * Opération avec retenue * Recherche de l'un des termes de la somme. * Recherche des deux termes de la somme.	* Dénombrement * Comptage continu * Comptage * Rappel direct * Jumelés de comptage * Représentation concrète * Représentation graphique * Addition des dizaines, addition des unités et combinaison. * Addition des dizaines, puis addition des unités.	*Avec la relation avec la numération positionnelle. * Liées avec la compréhension du sens de l'opération arithmétique à effectuer. * Avec le rôle du zéro. * De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * Avec le sens de la retenue et de son application. * Liée à la notion de regroupement. * De calcul mental.
6. Structure additive Soustraction	* Opération sans emprunt * Opération avec emprunt * Recherche de l'un des termes de la différence. * Recherche des deux termes de la différence.	* Dénombrement * Comptage continu * Comptage * Comptage à rebours * Rappel direct * Rappel direct du complément *Jumelage de comptage *Représentation concrète *Représentation graphique * Soustraction des dizaines, puis soustraire les unités.	* De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * À concevoir chaque nombre globalement et connaitre la valeur de chaque chiffre. * Avec la numération positionnelle. * Du sens de l'emprunt. * À Percevoir l'équivalence des écritures décomposées lorsqu'on va emprunter. * avec le rôle du zéro dans l'emprunt. * De calcul mental
7. Structure multiplicative : Multiplication	* Opération sans retenue * Opération avec retenue * Opération dont le multiplicateur à deux chiffres et plus * Recherche du produit. * Recherche de l'un des facteurs. * Recherche des deux facteurs du produit.	* Dénombrement * Addition répétée * Partition (par dizaines, par centaines et par unités) * Maitrise des tables (rappel direct des tables) *Maitrise de l'algorithme. *Représentation concrète *Représentation graphique (disposition rectangulaire) * Polycopie * Comptage par bonds * Comparaison	* Avec le sens de la multiplication * Avec la numération positionnelle. * Avec le nombre de chiffres au multiplicateur. * Avec le rôle du zéro * De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * Avec la multiplication ayant une retenue. * De calcul mental

8. Structure multiplicative : Division	* Opération avec un diviseur d'un chiffre * Opération avec un diviseur à deux chiffres et plus * Recherche de multiples et diviseurs.	* Dénombrement (répartition) * Représentation concrète * Représentation graphique * Polycopie * Addition ou soustraction successives). * Distribution. * Maîtrise de l'opération. *Maitrise de l'algorithme.	* À voir le nombre global qui doit être divisé. * Avec les étapes à suivre. * À concevoir le diviseur globalement. * À maitriser les autres opérations arithmétiques. * Avec le rôle du zéro. * Avec le sens spatial à suivre. * Avec le sens du reste n'a pas été acquis. * Avec la numération positionnelle. * De calcul mental
9. Nombres décimaux	* Lecture et écriture des décimales. * Addition et soustraction de nombres décimaux.	*Représentation graphique * Comparaison * Vérification * Addition des dizaines, addition des unités et combiner. * Addition des dizaines, puis addition des unités. * Soustractions des dizaines, puis soustractions des unités. * Autres stratégies	* D'omission * D'orientation * De position dans la pile * De répétition. * De segmentation. * D'identification dans la pile. * De relation avec la numération positionnelle. * De compréhension du sens de l'opération arithmétique à effectuer. * Avec le rôle du zéro. * De transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout. * Avec le sens de la retenue et de son application. * Avec la notion de regroupement. * De considérer le nombre décimal comme deux nombres entiers séparés par une virgule(le sens de l'écriture à virgule). * Liées à la comparaison des parties décimales comme des nombres entiers. * De calcul mental
10. Mise en contexte de ces nombres et des opérations associés	* Complétion des problèmes avec les mots...., il faut______	* Représentation concrète * Représentation	* Avec les concepts d'addition, soustraction, multiplication et

	Je vais_____ * Composition d'un problème où il faut faire une addition (soustraction, multiplication, division). * Complétion d'un énoncé avec les données numériques. * Formulation de la question de l'énoncé. * Formulation d'un énoncé à partir des données numériques. * Énonciation de Problèmes sans données numériques.	graphique * Dénombrement * Dénombrement abrégées * Utilisation des doigts. * Connaissances des tables. * Décomposition du problème. * Énonciation verbal du problème. * Représentation mentale * Questionnement lié au problème	division) * D'abstraction (transformation de l'énonce en langage mathématique) * De calcul mental * Avec la numération positionnelle. * De compréhension du sens de l'opération *Avec le rôle du zéro * D'organisation spatiale des nombres * Avec le sens de la retenue * Avec la transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout.

Commentaires :

____

____

____

____

____

Grille d'évaluation des Mathématiques
1er et 2ème cycle

Nom : ______________________________ Age : _________
Scolarité : ____________________ Date : _________

Concept	Tâches	Stratégies	Difficultés
1. Quantification	* Dénombrement de collections d'objets. * Constitution de collections d'objets. * Reconnaissance de la cardinalité (ajout ou retrait des objets)		
2. Relation d'ordre	* Organisation d'une collection d'objets en ordre, décroissant ou croissant. * Énonciation d'une suite nommée des nombres sans contrainte de départ. * Énonciation d'une suite nommée des nombres avec contrainte de départ. * Énonciation d'une suite nommée des nombres en ordre décroissant. * Organisation de la suite : Ce qui vient juste avant___ Ce qui vient juste après___ Ce qui va entre deux nombres donnés. * Comparaison <,>, = et autant que		
3. Conservation du nombre	* Comparaison de deux collections. * Égalisation deux collections		
4. Nombres naturels	* Lecture et écriture des nombres naturels. * Décomposition des nombres. * Valeur positionnelle. *Recherche de compléments : Compléter à 10 Compléter à la dizaine supérieure. Compléter à 100 ou à la centaine supérieure. Trouver le complément quand il s'agit de 10 ou d'un multiple de 10.		
5. Addition	* Opération sans retenue		

Outil réalisé dans le cadre de la Maitrise en adaptation scolaire et sociale. U. de Sherbrooke 2010

	* Opération avec retenue * Recherche de l'un des termes de la somme. * Recherche des deux termes de la somme.		
6. Soustraction	* Opération sans emprunt * Opération avec emprunt * Recherche de l'un des termes de la différence. * Recherche des deux termes de la différence		
7. Multiplication	* Opération avec un diviseur d'un chiffre * Opération avec un diviseur à deux chiffres et plus * Recherche de multiples et diviseurs.		
8. Division	* Opération avec un diviseur d'un chiffre * Opération avec un diviseur à deux chiffres et plus * Recherche de multiples et diviseurs		
9. Nombres décimaux	* Lecture et écriture des décimales. * Addition et soustraction de nombres décimaux.		
10. Mise en contexte de ces nombres et des opérations associés	* Complétion des problèmes avec les mots…., il faut_______ Je vais_____ * Composition d'un problème où il faut faire une addition (soustraction, multiplication, division). * Complétion d'un énoncé avec les données numériques. * Formulation de la question de l'énoncé. * Formulation d'un énoncé à partir des données numériques. * Énonciation de Problèmes sans données numériques.		

Commentaires :

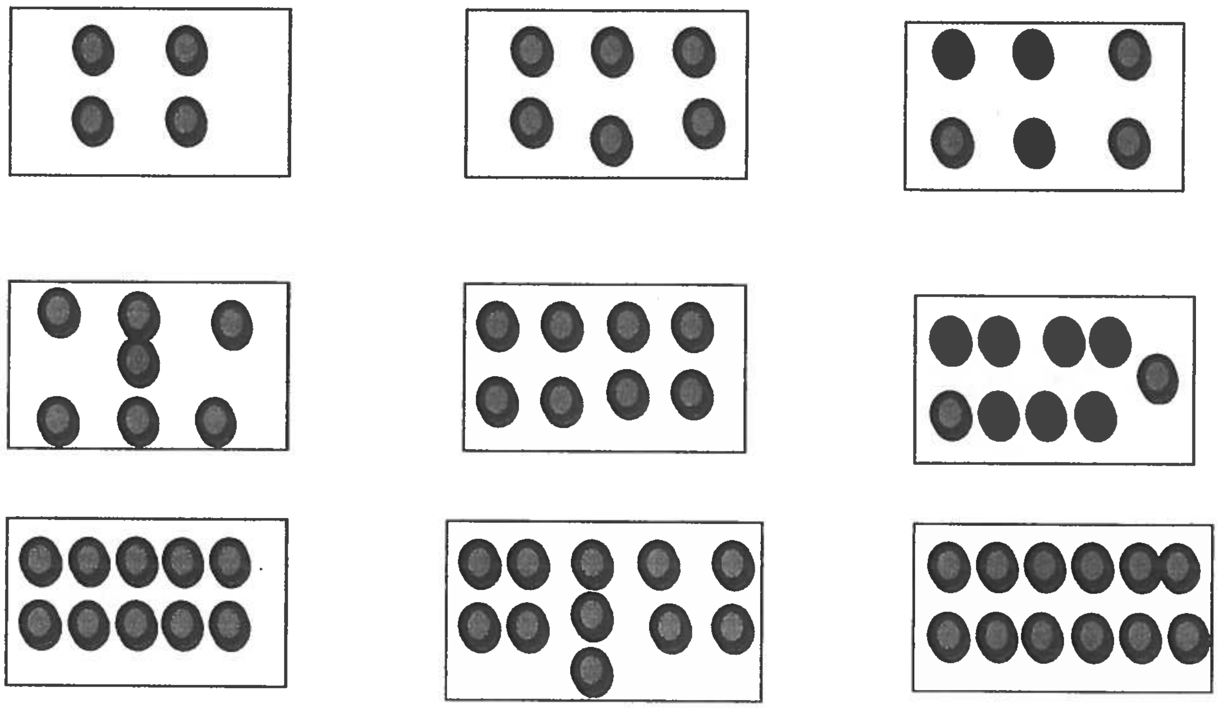
____

____

ANNEXE 1

1. Item 1.4

Moins que	Autant que	Plus que



2. Item 2.4

55	39	60	18
69	96	81	70

14	30	6	65
7	43	91	25
75	63		

3. Item 4.1

2	5	12	111
96	306	30	400
25	201	52	
437	347	734	374
745	457	547	896

698	968	55	50
97	79	90	

5. Item 9.1

3, 15	2, 9	17, 23
0, 25	110,51	

6. Item 10.1

Mon frère a 28 billes, j'ai 14 billes. Pour savoir combien de billes nous avons ensemble, il faut____

Pour trouver ce qui reste, je vais__________________________________

Un crayon coute 0,50$. Pour trouver combine j'en aurai avec 2,50 il faut____

J'achète 3 jouets qui coutent le même prix. Pour trouver le prix total, il faut
____

Annexe 2

Exemples des stratégies et des difficultés identifiées

Nous présentons dans cette annexe quelques exemples des stratégies et des difficultés que vous pourrais trouver lors de l'évaluation.

Stratégies :

- Pointage : L'élève a besoin de pointer ou toucher du doigt chaque jeton, réglette ou dessin présenté. Le pointage est d'autant plus difficile que la disposition des objets est irrégulière.
- Énonciation : L'élève doit compter à voix haute.
- Dénombrement : L'élève doit compter à voix haute en pointant l'objet ou le dessin.
- Regroupement : L'élève fait des regroupements pour dénombrer rapidement une collection. Par exemple, il fait un regroupement de cent (avec dix groups de dix), quatre regroupements de dix et sept pour déduire très vite le nombre d'éléments, 147.[40]
- Vérification : L'élève doit se rassurer en faisant deux fois ou plus la même tâche.
- Reconnaissance globale : L'élève reconnait la quantité d'éléments sans avoir besoin de les pointer ou de les énoncer, par exemple lorsqu'on lance les dés.
- Apparence : l'élève se fie à l'apparence, c'est-à-dire, l'espace occupé par les objets et la taille des objets. Pour lui, le nombre est encore relié à la disposition spatiale des objets.
- Correspondance : l'élève fait une correspondance entre les deux collections, réorganise pour pouvoir répondre. Il place un élément de

[40] Bednarz et al. (1985)

la première collection vis-à-vis d'un élément de la seconde, jusqu'au dernière élément.

- Toucher ses doigts : Quand on demande à l'élève de suivre une série, il a besoin de compter en touchant ses doigts.
- Manipulation (représentation concrète): l'élève a besoin des petits objets comme des jetons, des bâtons, des multi-bases, des réglettes Cuisenaire, l'abaque pour représenter et réaliser les opérations et des mises en contexte.
- Représentation graphique : l'élève a besoin de faire des ronds, des dessins, des bâtons pour représenter et réaliser les opérations ou résoudre des mises en contexte.
- Sur-comptage : c'est-à-dire en énonçant : « sept, huit, neuf » pour calculer 6 + 3.
- Complétion à la dizaine : 7 + 4. Il manque 3 pour faire 10 : 7+3=10
  Il reste 1 pour faire 4 : 10 + 1+11.
- Comptage à rebours : ? + 4= 13
  12-11-10-9-8-7-6-5-4
  1 2 3 4 5 6 7 8 9 j'ai compté 9 objets, 9 + 4 = 13
- Addition répétée :
  4 x 5 = 5 + 5 + 5 +5 = 20
- Additionner les dizaines, additionner les unités et combiner (décomposition additive)[41]:
  45 + 17 = 40 + 5 + 10 + 7= 50 + 12 = 62

[41]Butlen et al. (2007)

Difficultés :

- Coordination : L'élève a de la difficulté de coordonner le pointage et l'énonciation lors du dénombrement.
- Organisation : L'élève a de la difficulté à déplacer les objets, à les pointer et à les repérer visuellement entre autres.
- Mémoire : par exemple au plan du pointage, il faut maintenir en mémoire les éléments déjà pointés et les séparer de ceux qui restent à pointer.
- Attention : Toutes les activités que les élèves réalisent au plan cognitif requièrent un contrôle attentionnel pour réussir à la tâche.
- Récitation de la comptine : l'oubli de certains nombres (omission), répétition.
- La numération positionnelle : concevoir chaque nombre globalement et connaitre la valeur de chaque chiffre. Dans 342÷ 3, l'élève cherche combien de fois dans 3 ou 4 dans 34 parce que le nombre 342, considéré globalement, ne contient pas 3 ni 34, mais 3 centaines ou 34 dizaines.
- Transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout.

$$572 - 46 = \qquad \begin{array}{r} 572 \\ \underline{-\ 46} \end{array} \quad \text{et non} \quad \begin{array}{l} 572 \\ \underline{-\ 46\ \ } \end{array}$$

- La compréhension du sens de l'opération à effectuer :
  Mise en situation : Julia achète 7 sacs de biscuits; chaque sac a 5 biscuits. Combien de biscuits a-t-il au total?
  Réponse : 7 + 5 = 12; il a douze biscuits au total.

- Le sens de la retenue et de son application :

```
  3
 16          47
 29        x  5
+ 38       ----
----        205
 92
```

- Notion de regroupement :

```
  74
+ 29
----
 913
```

- Le sens de l'emprunt : L'élève n'emprunte pas et quand la soustraction n'est pas possible, il met 0.

```
  835
- 357
-----
  500
```

- Sens de la multiplication : Par exemple, il applique la règle d'un autre algorithme (l'addition) et l'élève multiplie colonne par colonne et descend le chiffre lorsqu'il n'y a pas de chiffre en dessous.

```
  34         923
 X 2        x 13
----        ----
 3 8         929
```

- Le nombre de chiffres au multiplicateur : Aligne les chiffres des deux réponses les uns-à-vis les autres, en dessous :

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 37 \\ \hline 175 \\ 75 \\ \hline 240 \end{array}$$

- Le rôle du Zéro : Écrit 0 comme réponse chaque fois qu'il voit un 0 dans une colonne.

$$\begin{array}{r} 800 \\ -\ 275 \\ \hline 600 \end{array}$$

- Calcul mental :

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5\ 3\ 2 \\ -\ 1\ 6\ 4 \\ \hline 3\ 9\ 8 \end{array}$$

- Confusion dans les étapes à suivre

$$\begin{array}{r} 46 \\ +\ \ 9 \\ \hline 145 \end{array}$$

Additionne en suivant les étapes de l'algorithme de multiplication.

- Polycopie

  On range 54 œufs dans des boites de 12. Combien peut-on remplir de boites?

OOOO OOOO OOOO	OOOO OOOO OOOO	OOOO OOOO OOOO	OOOO OOOO OOOO	OOO OOO

On peut remplir 4 boites. L'élève recours à la polycopie pour résoudre la situation.

- Ne maitrise pas les autres opérations :

$$\begin{array}{r|l} 395 & 41 \\ \hline \underline{369} & 9 \text{ r } 34 \\ 34 & \end{array}$$

  L'erreur se situe au niveau de la soustraction. L'élève soustrait le plus petit nombre du plus grand.[42]

- Soustraction répétée[43]

$$\begin{array}{r|l} 47 & 9 \\ \hline \underline{-9} & 1 \\ 38 & \\ \underline{-9} & 1 \\ 29 & \\ \underline{-9} & 1 \\ 20 & \\ \underline{-9} & 1 \\ 11 & \\ \underline{-9} & + \underline{1} \\ 2 & 5 \text{ r } 2 \end{array}$$

[42] Instantanés Mathématiques (1982) Vol. XVIII, no. 3 et no. 4
[43] De Kee (1996)

- Ne conçoit pas le diviseur globalement.

```
395 | 41
369 |962
 26 |
 24
  2
  2
```

L'élève utilise de différentes façons le diviseur. D'abord, tout le diviseur, ensuite chaque chiffre à tour de rôle.[44]

- Le sens du reste n'a pas été acquis. L'élève ajoute un autre chiffre correspondant à la valeur du reste[45].

```
123 | 9
 33 | 136
  6
```

[44] (Idem)
[45] De Kee (1996)

ANNEXE B

Outils pour l'évaluation des processus mathématiques des premier et deuxième cycles du primaire

Cahier de l'élève

Nom de l'élève ______________________________

Âge______________________ **Classe**______________

École_____________________ **Date**_______________

Outil réalisé dans le cadre de la Maitrise en adaptation scolaire et sociale. U. de Sherbrooke 2010

1. Quantification (Courte entrevue)

1.4

☺ Mets le symbole qui correspond, < ou >

7___4;   12___21;   10___15;   20___19;

50___48;   99____101;   357____375;   500____499;

2. Relation d'ordre (Deuxième partie)

2.4

☺ Continue les suites suivantes :

8-10-12- _____ - _____ - _____ - _____ - _____

19-22-25-28- _____ - _____ - _____ - _____ - _____

50-55-60- _____ - _____ - _____ - _____ - _____

30-28-26- _____ - _____ - _____ - _____ - _____

75-70-65- _____ - _____ - _____ - _____ - _____

100-97-94-91- _____ - _____ - _____ - _____ - _____

2.5

☺ Écris le nombre qui va juste avant

____, 5   ____, 16   ____, 50   ____, 85   ____, 99

____, 120   ____, 300   _____, 430

2.6

☺ Écris le nombre qui va juste après

7, ____   12, ____   25, ____   39, ____   100, _____

999, _____   88, _____   240, _____   1000, ______

2.7

☺ Écris un nombre qui va entre:

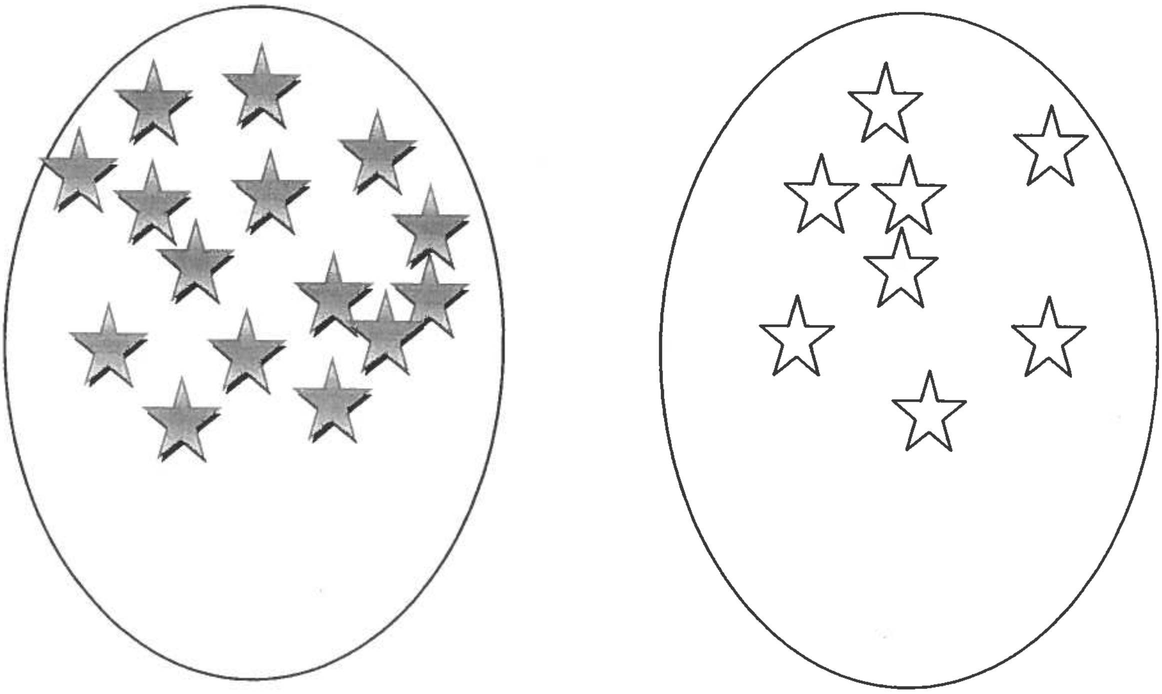
4 et 6 ___; 19 et 21 ___; 65 et 70 ___; 98 et 100 _____;

805 et 809 _____;

3. Conservation du nombre

3.2

☺ Que peux-tu faire pour qu'il ait autant d'objets des deux côtés?



4. Concept du nombre naturel

4.1

☺ Écris les nombres suivants sous forme de chiffres :

Exemple : Vingt-cinq 25

Quatre-vingt-douze __________

Quinze__________

Seize__________

Cent vingt-cinq__________

Cinq cent sept__________

Trois cents__________

☺ Dictée de nombres

____

____

4.2

☺ Peux-tu décomposer le nombre :

18 :

35 :

50 :

400 :

299 :

309 :

610 :

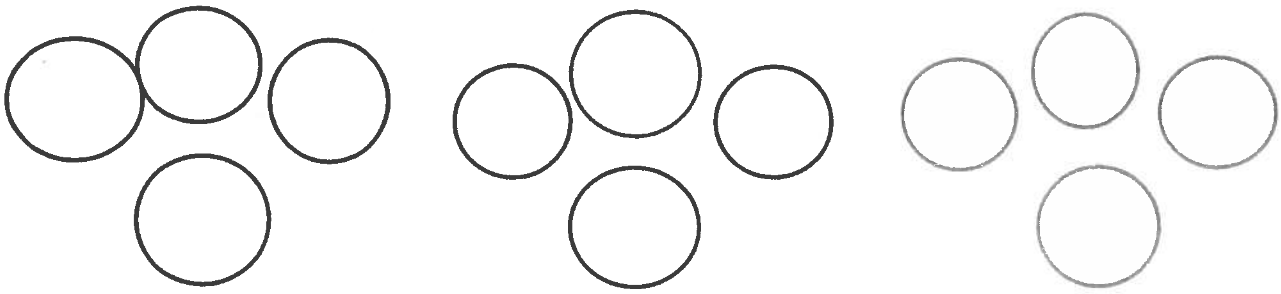
4.3

☺ Dénombre les objets et écris le nombre de dizaines et d'unités.

Sac de :	Quantité	
Cure-dents		Dizaines____ Unités____
Haricots		Dizaines____ Unités____
Bâtonnets		Dizaines____ Unités____

4.4.2.

☺ Écris les voisins du nombre donné. À gauche :un de moins, à droite : un de plus, au dessus : dix de moins et en dessous : dix de plus.



4.4.3

☺ Combien manque-t-il à 30 pour aller à 100?

Combien manque-t-il à 54 pour aller à 100?

Combien manque-t-il à 182 pour aller à 200?

Combien manque-t-il à 327 pour aller à 400?

4.4.4
☺ Combien manque-t-il à 32 pour aller à 42?

Combien manque-t-il à 48 pour aller à 78?

Combien manque-t-il à 25 pour aller à 325?

5. Addition

5.1
☺ 24 + 13=

63 + 25=

347 + 252=

5.2

☺ 29	76	801	650	3048
+ 35	+ 49	+ 399	+ 585	+ 906

5.3 Trouve le terme manquant.

☺ 9 + ? = 14 ? + 15= 21

5.4 Trouve les deux termes manquants.

☺ ? + ?= 30

6. Soustraction

6.1

☺ 9 – 5=   15 – 12=   35 – 23=

☺ $\begin{array}{r} 36 \\ -\ 14 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 89 \\ -\ 57 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 456 \\ -\ 102 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 603 \\ -\ 301 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 450 \\ -\ 230 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 5089 \\ -\ 5055 \\ \hline \end{array}$

6.2

☺

$\begin{array}{r} 45 \\ -\ 28 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 71 \\ -\ 36 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 102 \\ -\ 53 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 380 \\ -\ 65 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 400 \\ -\ 222 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 623 \\ -\ 209 \\ \hline \end{array}$

6.3 Trouve le terme manquant.

☺ 8 - ? = 3   ? – 5 = 9

6.4 Trouve les deux termes manquants.

☺ ? - ?= 12

7. Multiplication

7.1

☺ 9 x8=   12 x 2=   111x 4=

24 x 2	402 x 3	630 x 4	200 x 9

7.2

☺ 37 x 6	48 x 7	259 x 4	608 x 9	350 x 8	1567 x 5

7.3 Multiplicateur à deux chiffres et plus

☺ 75 x 46	106 x 35	58 x 70	320 x 18	400 x 62	125 x 350	409 x204

7.4
☺ Peux-tu deviner?
Trouve le plus grand facteur sans dépasser le nombre ciblé.
4 x _5___ = 23, reste __3___
7 x ______ = 52, reste _______
6 x ______ = 27, reste _______
9 x ______ = 60, reste _______

7.5

☺ Peux-tu trouver les facteurs des nombres suivants à l'aide de jetons ou du papier quadrillé?
12

18

24

30

36

8. Division

8.1

☺ 45 ÷ 5   96 ÷ 2   234 ÷ 3   908 ÷ 4   340 ÷ 2   567 ÷ 5

1453 ÷ 6

8.2

☺ 156 ÷ 24   350 ÷ 70   865 ÷ 35   609 ÷ 16   1046 ÷ 12

9. Nombres décimaux

9.1

☺ Dictée de nombres décimaux

9.2 Addition de nombres décimaux

☺ 1,37 + 0,25 4,67 + 0, 09 24,5 + 3,68 12,24 + 9,5

9.3 Soustraction de décimaux

9,25 – 6,07 4,03 – 1,99 14,34 – 3,08 13,45 – 7,6

10. Mise en contexte

10.2 Composer un problème où il faut faire l'opération demandée.

10.3 Compléter l'énoncé avec les données numériques

☺ J'ai 35$ à la banque. Je veux m'acheter une montre de _______. Il me manque ________. 65$ - 35$ =30$

☺ J'achète _______ cornets de crème glacée à 0,75$. Cela me coute _______$.

3 x 0,75$=2,25

10.4 Formuler la question de l'énoncé

☺ Au cours d'un voyage en voiture, je roule à 130 Km à l'heure pendant 2 heures.

☺ Je réussis à placer 200 étudiants dans une classe contenant 20 rangées de pupitres.

10.5 Formuler un énoncé à partir des données numériques

☺ 125 + 36;

☺ 109 – 38;

☺ 2,60 x 9;

☺ 45 ÷ 5

10.6 Problèmes sans données numériques

☺ Tu connais le prix du loyer de chaque mois. Comment peux-tu trouver le prix du loyer pour une année?

☺ Comment peux-tu trouver la différence entre ton poids et celui de ton père?

☺ Si tu partages à parts égales avec Jacques un certain nombre de noix, combien de noix, trouveras-tu dans chaque part?

ANNEXE C

Rapport d'évaluation de l'élève ciblé

L'outil a été appliqué à une fillette de 9 ans qui est en 3^{ième} année du primaire dans une classe régulière. Elle est l'ainée de trois enfants, la mère la décrit comme une fille autonome, solidaire, gentille, organisée dans ses jeux, qui aime dessiner, faire des bricolages, apprendre à lire et à écrire. Elle aime l'anglais et jouer à des jeux d'ordinateur.

Lors de la première rencontre, la mère raconte que sa fille a de la difficulté en mathématiques au niveau du concept de quantité, de dizaines et de séquences, c'est-à-dire au moment de faire différents bonds. Les difficultés ont commencé au début du primaire. Les stratégies utilisées, aux dires de l'élève sont compter avec ses doigts, dessiner des bâtons et les encercler, faires des transformations et compter dans sa tête. Une des choses significatives que raconte la mère est le fait que sa fille a eu plusieurs enseignantes et qu'elle n'a pas eu de suivi comme tel. L'évaluation a duré deux heures, soit deux séances d'une heure.

Les concepts évalués ont été ceux de quantification, relations d'ordre, sens du nombre, conservation du nombre, structure additive et la mise en contexte des opérations mathématiques. Tout-au-long des séances d'évaluation Marie[46] a démontré une attitude de collaboration. Nous allons présenter par la suite les résultats de l'évaluation, en soulignant les stratégies utilisées par l'élève et les difficultés éprouvées :

Quantification : L`élève utilise les stratégies du pointage et de la reconnaissance globale. Elle dénombre et constitue des collections d'objets sans difficulté.

[46] Nom fictif

Relations d'ordre : Elle organise facilement une collection d'objets en ordre croissant, en utilisant des stratégies de reconnaissance globale. L'élève peut nommer la suite des nombres à partir de 29 et 77 et à reculons à partir de 12, 15 et 25. Lors de l'organisation croissante et décroissante des suites avec les cartons, l'élève a reconnu facilement la valeur de chaque nombre. Il est important de mentionner que la façon d'organiser les cartons était verticalement par deux, de gauche à droite. On a trouvé une difficulté significative au moment de continuer les suites, autant à l'oral qu'à l'écrit. Elle suit des bonds de deux en ordre croissant, mais elle ne continue pas les autres suites. L'élève maitrise les concepts d'avant, après, entre, plus que, moins que et autant que. Les stratégies utilisées sont celles de toucher les doigts, de recommencer la suite, de compter chaque point ou chaque jeton une seule fois et de vérifier une autre fois.

Conservation du nombre : L'élève conserve des quantités discrètes en utilisant la stratégie du comptage.

Sens du nombre naturel : L'élève réalise une lecture et une écriture adéquates des nombres. Elle a de la difficulté dans les processus de décomposition des nombres, autant de façon concrète qu'à l'écrit. Marie essaie de décomposer le nombre 9 et elle arrive à le décomposer, mais en faisant la comparaison des réglettes. Pour la décomposition faite au cahier, elle compte avec ses doigts, elle dessine des bâtons en les encerclant après. Elle arrive par cette voie à décomposer par des plus, mais elle a de la difficulté en utilisant les moins. Cela est un indice qu'elle n'a pas la réversibilité des processus à ce niveau. Les stratégies utilisées sont celles de manipulation, représentation graphique, comparaison, comptage avec les doigts.

Quant à la valeur positionnelle, elle se trompe quand on lui demande de trouver le nombre et qu'on propose des nombres avec les mêmes chiffres. Marie peut le faire seulement si on dit les chiffres en ordre. Elle commet des erreurs d'orientation de la valeur positionnelle. Le concept de nombre comme tel, reste rigide.

Recherche de compléments : Le premier exercice a été fait avec un matériel concret, l'élève arrive aux bonnes réponses par des stratégies d'utilisation de doigts et de manipulation d'objets (réglettes). Elle a plus de difficulté quand on pose la question *combien manque-t-il pour faire...?* Que quand on donne la consigne *complète pour faire...*

On a remarqué que lors de la résolution de l'item 5.2, elle n'a pas lu la consigne et elle se met à résoudre l'exercice sans savoir quoi faire. Cela est un indice d'impulsivité. Pour compléter la dizaine supérieure et inferieure, elle utilise ses doigts et elle n'arrive pas non plus à faire le bond de 10. Marie a de la difficulté au niveau de la recherche de compléments; on explique cela par le fait qu'elle ne maitrise pas bien le système cardinal et à un faible niveau d'abstraction. Comme on a déjà mentionné, elle a de la difficulté dans les processus de réversibilité.

Structure additive : Au moment de la résolution des opérations, l'élève utilise des stratégies de comptage continu, représentation graphique et utilisation de ses doigts. On constate des erreurs de calcul mental et du sens spatial à suivre (lors d'une addition elle fait l'opération de gauche à droite). Au moment de la soustraction, Marie exprime qu'elle n'aime pas les soustractions. Elle utilise des stratégies concrètes, elle compte avec ses doigts. Lors de la résolution d'une soustraction, elle fini par additionner.

Résolution de problèmes : Nous aurions bien aimé poser plus de deux questions à l'élève, d'autant plus que la deuxième consigne n'a pas été donnée correctement. Nous ne pouvons pas faire une analyse avec si peu d'information.

Analyse des résultats et pistes d'intervention

En analysant les résultats de l'évaluation, on trouve des difficultés au niveau de la visuo-spatialité, de la maitrise des séquences numériques, de la décomposition des nombres et au niveau de la réversibilité des processus. Donc, le concept du nombre n'est pas encore acquis.

L'intervention proposée est de partir du matériel concret, comme celui des réglettes de Cuisenaire qui l'aideront dans le processus de décomposition du nombre et la mèneront vers un niveau de quantification plus abstrait. D'abord nous la laissons manipuler et jouer librement avec le matériel, ensuite nous lui donnons la valeur du premier bloc et elle doit trouver la valeur des autres blocs. Lorsqu'elle sait la valeur de chaque bloc, nous commençons à faire de la décomposition et en même temps nous transcrivons l'exercice dans le cahier. Nous commençons à décomposer jusqu'à dix et après nous formons des nombres plus grands avec les réglettes. De cette façon, nous pouvons travailler de façon simultanée l'addition et la soustraction, cela va l'aider à concevoir la soustraction comme processus réversible de l'addition.

Il est important d'amener Marie à verbaliser quand elle fait les exercices car cela l'aidera à prendre conscience de ce qu'elle fait et à l'intérioriser. Nous proposons, aussi, de travailler les suites numériques croissante et décroissante autant à l'oral qu'à l'écrit en augmentant le niveau de complexité jusqu'aux bonds de dix.

Pour comprendre les concepts d'addition et de soustraction, Nous proposons de travailler avec des activités qui amènent Marie à inventer et formuler des énoncés et problèmes ou à formuler des énoncées à partir de données numériques plutôt que de résoudre des problèmes. Cette procédure évitera de produire un modèle et aidera en plus à construire la logique nécessaire pour développer une pensée créative.